



**Nichtlineare Interaktionsprozesse multichromatischer
Wellengruppen und das Ausbreitungsverhalten von Freak Waves**

Dissertation

zur Erlangung des Grades

Doktor-Ingenieur

des Fachbereichs Bauingenieurwesen

der Bergischen Universität - GH Wuppertal

von

Dipl.-Ing. Torsten Schlurmann

aus Remscheid

Dissertation eingereicht am: 15.4.1999

Tag der mündlichen Prüfung: 15.6.1999

Erster Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Kaldenhoff,
Bergische Universität – GH Wuppertal

Zweiter Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. K.-U. Graw,
Universität Leipzig

DANKSAGUNG

Die vorliegende Arbeit ist während meiner Zeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehr- und Forschungsgebiet Wasserbau und Wasserwirtschaft im Fachbereich Bauingenieurwesen an der Bergischen Universität – GH Wuppertal entstanden.

Besonders herzlich danke ich Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Hans Kaldenhoff. Seine Anleitung zu einer wissenschaftlichen Tätigkeit und vor allem die Anregung zu diesem Thema schafften die Grundlage dieser Arbeit. Sein Verständnis und die intensive Betreuung sowie die ständige Motivation haben entscheidend zum Erfolg beigetragen.

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Kai-Uwe Graw danke ich vielmals für die Übernahme des Koreferats. Herr Prof. Graw hat mir durch sein großes Engagement und durch seine wertvollen Anregungen sehr geholfen. Durch seine kritischen Bemerkungen hat er mich immer wieder auf's Neue herausgefordert und somit die Arbeit zu einem Erfolg werden lassen.

Besonders bedanken möchte ich mich auch bei dem Vorsitzenden der Prüfungskommission, Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Bernhard Walz, der nicht nur das Verfahren geleitet, sondern mit mir in zahlreichen Gesprächen interessante Aspekte aus dem Bereich der Geotechnik diskutiert hat und wir dabei insbesondere die bemerkenswerten Analogien zwischen Erbeben- und Wasserwellen herausstellen konnten.

Danksagen möchte ich auch Herrn Dr.-Ing. D.-H. Franz als Vertreter der Wissenschaftlichen Mitarbeiter des Fachbereichs Bauingenieurwesen in der Prüfungskommission und gleichzeitig seine überaus sorgfältige Durchsicht meiner Arbeit hervorheben.

Weiterhin bedanke ich mich bei meinem ehemaligen Kollegen, Herrn Dr.-Ing. Andreas Schlenkhoff, der mich als Studentische Hilfskraft an das Lehr- und Forschungsgebiet Wasserbau und Wasserwirtschaft gebunden und nach Absolvierung meiner Diplomarbeit bestärkt hat, eine Tätigkeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter anzunehmen. Meinem Kollegen Herrn Dipl.-Ing. Torsten Dose für seine ständige Diskussionsbereitschaft und seine kontinuierliche Unterstützung bei allen Problemen, die während der Erstellung der Arbeit zu bewältigen waren.

Schließlich schulde ich auch jenen Dank, die zum übrigen Gelingen der Arbeit beigetragen haben. Besonders zu erwähnen sei an dieser Stelle Frau Regierungsangestellte Anke Cordt für die ein oder andere überaus sorgfältige Durchsicht der Arbeit. Den Studentischen Hilfskräften Herrn cand.-ing. Stefan Schimmels, Herrn cand.-ing. Dirk Hagemann und Herrn cand.-ing. Björn Fromme möchte ich für ihre Assistenz im Labor danken.

KURZFASSUNG

Die vorliegende Arbeit behandelt die Phänomenologie von Freak Waves. Eine umfangreiche Literaturstudie weist auf den aktuellen Forschungsstand in Bezug zu Naturmessungen und theoretischen Ansätze von Freak Waves hin.

Zunächst werden die grundlegenden Überlagerungsprozesse von Wellengruppen untersucht. Die Analyse von bi- und multichromatischen Wellengruppen bringt hervor, daß die scheinbar vernachlässigbaren nichtlinearen Interaktionskomponenten höherer Ordnung in Frequenzspektren einen bedeutenden Stellenwert einnehmen. Es wird ein Algorithmus zur Bestimmung der Dimension und Anzahl der Interaktionsfrequenzen eines N -komponentigen Spektrums n -ter Ordnung entwickelt. Anhand von Experimenten mit bichromatischen Wellen werden diese hochgradig nichtlinearen Frequenzen mittels Fourieranalyse in den Energiedichtespektren nachgewiesen und es stellt sich heraus, daß diese Interaktionskomponenten einen nicht zu vernachlässigenden Energieanteil einnehmen. Es wird ergänzend gezeigt, daß mit steigender Ordnung der Überlagerung keinesfalls ein abnehmender Einfluß dieser Komponenten innerhalb der spektralen Energiedichteverteilung der Welle vorhanden ist.

Darüber hinaus wird auf Resonanzerscheinungen innerhalb der Spektren aufmerksam gemacht, die zu einer deutlichen Wellenhöhenzunahme einer transienten Welle führen. Trotz der offensichtlichen hochgradigen Nichtlinearität werden für bichromatische Wellen mit relativ geringem Frequenzabstand gute Ergebnisse mit einem theoretischen Ansatz zweiter Ordnung für irreguläre Wellen erzielt [*Longuet-Higgins & Stewart, 1960*].

In einem weiteren Schritt werden Freak Waves in der Wellenrinne erzeugt. Ein lineares Ansteuerungssignal der Wellenmaschine generiert stets eine nichtlineare spektrale Energiedichteverteilung der Freak Wave. Eine Beschreibung der Freak Wave über den theoretischen Ansatz zweiter Ordnung liefert generell gute Ergebnisse. Die aus Experimenten ermittelte Oberflächenkontur wird mit diesem Ansatz ausnahmslos präziser beschrieben als mit einem linearen Ansatz. Darüber hinaus wird identifiziert, daß insbesondere die Freak Waves, die aus einem breitem Spektrum erzeugt werden, ein besonderes kinematisches Verhalten auszeichnet. Diese Freak Waves brechen.

Statistische Auswertungen legen dar, daß aus Naturmessungen [*Sand et al., 1989*] gewonnene Erkenntnisse über Freak Waves labortechnisch verifiziert werden können. In einem ergänzenden Teil dieser Arbeit wird auf das zeitliche und räumliche Ausbreitungsverhalten von Freak Waves eingegangen. Es werden die nach *Kjeldsen [1997]* beschriebenen Steilheiten ε_t und ε_x der Freak Wave analysiert und diesbezüglich gezeigt, daß ε_t und ε_x nur für geringe horizontale Asymmetrien μ der Welle äquivalent sind. Für große Wellenhöhen ist die räumliche Steilheit stets größer als die zeitlich definierte Größe. Die angegebenen kritischen Steilheiten $\varepsilon_t = \varepsilon_x = 0,20$, bei der ein Brechen der transienten Welle eintreten soll, können nicht bestätigt werden. Vielmehr werden Größenordnungen beobachtet, die bei einer räumlichen Steilheit von ca. 0,40 liegen.

ABSTRACT

The present work deals with the phenomenon of Freak Waves. A literature survey summarizes freak wave records from field observations and shows recent developments in theoretical approaches in estimating freak wave heights.

In a first step basic wave-wave interaction processes within wave spectra are analyzed. Measurements of generated bichromatic waves in a wave flume show that higher order nonlinear wave-wave interaction frequencies play a significant role in the energy distribution of the wave spectra. An algorithm is developed to prove the existence of higher order nonlinear frequencies in the energy density spectrum. Despite the behaviour of monochromatic waves results for irregular waves reveal that with ascending degree of order of higher harmonics the energy distribution of these components is not negligible.

Another aspect hints at the fact that resonant interaction between nonlinear and fundamental components occurs, effecting higher maximum amplitudes of the Freak Wave compared to linear theory. However, these apparent nonlinearities bichromatic waves with narrow shifted frequencies are well described with second order theory for irregular waves first proposed by *Longuet-Higgins & Stewart [1960]*.

Another part of this work deals with the generation of Freak Waves in a wave flume. A linearly composed wavemaker driving signal - including a second order signal to avoid parasitic free waves - is used to generate Freak Waves with nonlinear spectral energy distribution. In general calculations using the second order theory for irregular waves fit to most of the analyzed Freak Waves and reveal more precise results compared to linear theory. It is further identified that Freak Waves generated from a broad banded spectra are characterized through spilling breaking.

Statistical analyses of laboratory measurements verify characteristic similarities with Freak Waves records from field observations. Besides identical horizontal asymmetries of the waves, spatial and time-dependent steepnesses are obtained corresponding with field data published by *Sand et al. [1989]*. Nevertheless, the criteria established by *Kjeldsen [1997]* that spilling breaking of transient waves occurs for wave front steepnesses of $\varepsilon_t = \varepsilon_x = 0,20$ cannot be verified. Laboratory data show that the spatial steepness has to exceed $0,40$ before breaking of a Freak Wave can be observed.

Inhaltsverzeichnis	IV
Abbildungsverzeichnis	VI
Tabellenverzeichnis	X
Liste häufig verwendeter Zeichen und Symbole.....	XI
1 EINFÜHRUNG	1
1.1 Ziele	1
1.2 Phänomenologische Beobachtungen	1
2 STATISTISCHE DEFINITIONEN UND KINEMATISCHE ZUSAMMENHÄNGE	4
2.1 Entstehung von Wellen.....	4
2.2 Wellenstatistische Größen	4
2.2.1 Allgemeines	4
2.2.2 Die Rayleigh Verteilung	4
2.2.3 Wellenspektren	6
2.3 Naturmessungen und Freak Wave Definitionen.....	8
2.3.1 Beispiel	8
2.3.2 Entstehungsmechanismen.....	8
2.3.3 Statistische Definitionen von Freak Waves.....	9
3 BISHERIGE FORSCHUNGSARBEITEN	13
3.1 Allgemeines	13
3.2 Stand der Forschung	13
3.2.1 Theoretische Beschreibungen von Freak Waves.....	13
3.2.2 Brechende Freak Waves	16
4 VERSUCHSANLAGE UND VERSUCHSPROGRAMM.....	17
4.1 Allgemeines	17
4.1.1 Wellenrinne und Wellenmaschine	17
4.1.2 Wellenpegel	17
4.1.3 Wellengenerierung für monochromatische Wellen	18
4.1.4 Labortechnisch bedingte Vereinfachungen zur Simulation von Freak Waves	19
4.1.5 Wellengenerierung für bi- und multichromatische Wellengruppen	19
4.2 Versuchsprogramm.....	21
4.2.1 Allgemeines	21
4.2.2 Bichromatische Wellen.....	22
4.2.3 Multichromatische Wellen.....	22

5	DATENANALYSE UND DARSTELLUNG DER ERGEBNISSE	27
5.1	Allgemeines	27
5.2	Vorüberlegungen	27
5.2.1	Qualitative Darstellung der Wellenspektren C und D nach Theorie zweiter Ordnung	30
5.2.2	Ausweitung auf Theorie n -ter Ordnung	30
5.2.2.1	Algorithmus zur Bestimmung der Anzahl und Dimension der Interaktionsfrequenzen eines N -komponentigen Spektrums n -ter Ordnung	31
5.3	Bichromatische Wellen	33
5.4	Multichromatische Wellengruppen	43
5.4.1	Wellengruppen mit fünf Komponenten	43
5.4.2	Wellengruppen mit 29, 50 und 100 Komponenten	51
5.4.3	Statistische Auswertung und Diskussion der Meßergebnisse	60
6	ZEITLICHES UND RÄUMLICHES AUSBREITUNGSVERHALTEN	64
6.1	Datenerfassung	64
6.2	Vorüberlegungen	66
6.3	Darstellung des zeitlichen und räumlichen Ausbreitungsverhalten für die multichromatischen Wellengruppen C und D mit 5 Komponenten	66
6.4	Darstellung des zeitlichen und räumlichen Ausbreitungsverhalten für die multichromatischen Wellengruppen C und D mit 29 Komponenten	82
6.5	Zusammenfassung	83
7	ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK	96
7.1	Zusammenfassung der Datenanalyse	96
7.2	Zusammenfassung des Ausbreitungsverhaltens von Freak Waves	97
7.3	Ausblick	98
	LITERATURVERZEICHNIS	99
	ANHANG A: WELLENTHEORETISCHE ZUSAMMENHÄNGE	103
	ANHANG B: WELLENERZEUGUNG IM WELLENKANAL	111
	ANHANG C: REALE UND FIKTIVE WELLENPEGEL	119
	ANHANG D: SPEKTRALE SEEGANGSANALYSE	123
	ANHANG E: MATLAB FILES	126

ABBILDUNGSVERZEICHNIS:

Abb. 1.1 a, b: Freak Waves im dänischen Sektor der Nordsee [entnommen aus Sand, 1989]	2
Abb. 1.2: U.S.S. Valley Forge [Nickerson, 1993].....	2
Abb. 1.3: Freak Wave in der Biskaya [Nickerson, 1993]	2
Abb. 1.4: Brechende Freak Wave südlich von Neufundland [Nickerson, 1993].....	2
Abb. 1.5: "Agulhas Strömung" vor der Ostküste Südafrikas [Shillington et al, 1993]	3
Abb. 2.1: Dimensionslose Beschreibung der Wahrscheinlichkeit $p(x)$ von Wellenhöhen ($x=H/H_{\text{Mittelwert}}$) auf Ozeanen nach der Rayleigh Verteilung [entnommen aus Goda, 1985].....	5
Abb. 2.2: Quotient der maximalen Wellenhöhe H_{max} zur signifikanten Wellenhöhe H_s in Abhängigkeit der Gesamtwellenzahl N in einem betrachteten Zeitraum [nach Dean, 1990]	5
Abb. 2.3: Theoretische und experimentelle spektrale Energiedichte [nach Bretschneider, 1968]	7
Abb. 2.4: Geometrische Größen einer brechenden Freak Wave [nach Kjeldsen, 1997].....	9
Abb. 4.1: Wellenrinne	17
Abb. 4.2: Wellenmaschine.....	17
Abb. 4.3: Oberflächenkontur $\eta(t)$ ($x = 7 \text{ m}$).....	18
Abb. 4.4: Verteilung der Energiedichte $S(f)^*$	18
Abb. 4.5: Versuchsaufbau und Prinzip des "downstream shifting" Effektes.....	20
Abb. 5.1: Interaktionsmatrix zweiter Ordnung für multichromatische Wellengruppen mit N Komponenten ..	27
Abb. 5.2: Qualitatives Energiespektrum für das schmale Spektrum C nach zweiter Ordnung	30
Abb. 5.3: Qualitatives Energiespektrum für das breite Spektrum D nach zweiter Ordnung	30
Abb. 5.4: Algorithmus zur Berechnung der Interaktionsfrequenzen in N -komponentigen irregulären Wellenspektren n -ter Ordnung	31
Abb. 5.5: Gesamtanzahl der Interaktionsfrequenzen in multichromatischen Wellengruppen	32
Abb. 5.6: Nichtlineare Komponenten Welle A	38
Abb. 5.7: Nichtlineare Komponenten Welle B	38
Abb. 5.8: Nichtlineare Komponenten Welle C	38
Abb. 5.9: Nichtlineare Komponenten Welle D.....	38
Abb. 5.10: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie der bichromatischen Welle A....	39
Abb. 5.11: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie.....	39
Abb. 5.12: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie der bichromatischen Welle B....	40
Abb. 5.13: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie.....	40
Abb. 5.14: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie der bichromatischen Welle C....	41
Abb. 5.15: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie.....	41
Abb. 5.16: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie der bichromatischen Welle D....	42
Abb. 5.17: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie.....	42

Abb. 5.18 a: Zweidimensionale Darstellung der nichtlinearen Komponenten der Wellengruppe C_5	45
Abb. 5.18 b: Dreidimensionale Struktur der nichtlinearen Komponenten der Wellengruppe C_5	45
Abb. 5.19 a: Zweidimensionale Darstellung der nichtlinearen Komponenten der Wellengruppe D_5	46
Abb. 5.19 b: Dreidimensionale Struktur der nichtlinearen Komponenten der Wellengruppe D_5	46
Abb. 5.20: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie (Welle C_5 , $H_{Soll} = 8$ cm).....	47
Abb. 5.21: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie	47
Abb. 5.22: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie (Welle C_5 , $H_{Soll} = 12$ cm).....	48
Abb. 5.23: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie	48
Abb. 5.24: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie (Welle D_5 , $H_{Soll} = 8$ cm).....	49
Abb. 5.25: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie	49
Abb. 5.26: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie (Welle D_5 , $H_{Soll} = 12$ cm)	50
Abb. 5.27: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie	50
Abb. 5.28 a: Zweidimensionale Darstellung der nichtlinearen Komponenten der Wellengruppe C_{29}	54
Abb. 5.28 b: Dreidimensionale Struktur der nichtlinearen Komponenten der Wellengruppe C_{29}	54
Abb. 5.29 a: Zweidimensionale Darstellung der nichtlinearen Komponenten der Wellengruppe D_{29}	55
Abb. 5.29 b: Dreidimensionale Struktur der nichtlinearen Komponenten der Wellengruppe D_{29}	55
Abb. 5.30: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie (Welle $C_{29, 50, 100}$, $H_{Soll} = 8$ cm) ...	56
Abb. 5.31: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie.....	56
Abb. 5.32: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie (Welle $C_{29, 50, 100}$, $H_{Soll} = 12$ cm) .	57
Abb. 5.33: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie.....	57
Abb. 5.34: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie (Welle $D_{29, 50, 100}$, $H_{Soll} = 8$ cm) ...	58
Abb. 5.35: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie.....	58
Abb. 5.36: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie (Welle $D_{29, 50, 100}$, $H_{Soll} = 12$ cm) .	59
Abb. 5.37: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie.....	59
Abb. 6.1: Konventionelle Datenerfassung einer transienten Welle.....	64
Abb. 6.2: Modifizierte Datenerfassung einer transienten Welle	65
Abb. 6.3: Zeitliche Entwicklung der Wellengruppe C_5 , $H_{Soll} = 8$ cm	70
Abb. 6.4: Räumliche Entwicklung der Wellengruppe C_5 , $H_{Soll} = 8$ cm	71
Abb. 6.5: Entwicklung der zeitlichen Steilheit ε_t (C_5 , $H_{Soll} = 8$ cm)	72
Abb. 6.6: Entwicklung der räumlichen Steilheit ε_x (C_5 , $H_{Soll} = 8$ cm).....	72
Abb. 6.7: Zeitliche Entwicklung der Wellengruppe C_5 , $H_{Soll} = 12$ cm	73
Abb. 6.8: Räumliche Entwicklung der Wellengruppe C_5 , $H_{Soll} = 12$ cm	74
Abb. 6.9: Entwicklung der zeitlichen Steilheit ε_t (C_5 , $H_{Soll} = 12$ cm)	75
Abb. 6.10: Entwicklung der räumlichen Steilheit ε_x (C_5 , $H_{Soll} = 12$ cm).....	75
Abb. 6.11: Zeitliche Entwicklung der Wellengruppe D_5 , $H_{Soll} = 8$ cm.....	76

Abb. 6.12: Räumliche Entwicklung der Wellengruppe D_5 , $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$	77
Abb. 6.13: Entwicklung der zeitlichen Steilheit ε_t (D_5 , $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$).....	78
Abb. 6.14: Entwicklung der räumlichen Steilheit ε_x (D_5 , $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$).....	78
Abb. 6.15: Zeitliche Entwicklung der Wellengruppe D_5 , $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$	79
Abb. 6.16: Räumliche Entwicklung der Wellengruppe D_5 , $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$	80
Abb. 6.17: Entwicklung der zeitlichen Steilheit ε_t (D_5 , $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$).....	81
Abb. 6.18: Entwicklung der räumlichen Steilheit ε_x (D_5 , $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$).....	81
Abb. 6.19: Zeitliche Entwicklung der Wellengruppe C_{29} , $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$	84
Abb. 6.20: Räumliche Entwicklung der Wellengruppe C_{29} , $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$	85
Abb. 6.21: Entwicklung der zeitlichen Steilheit ε_t (C_{29} , $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$).....	86
Abb. 6.22: Entwicklung der räumlichen Steilheit ε_x (C_{29} , $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$).....	86
Abb. 6.23: Zeitliche Entwicklung der Wellengruppe C_{29} , $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$	87
Abb. 6.24: Räumliche Entwicklung der Wellengruppe C_{29} , $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$	88
Abb. 6.25: Entwicklung der zeitlichen Steilheit ε_t (C_{29} , $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$).....	89
Abb. 6.26: Entwicklung der räumlichen Steilheit ε_x (C_{29} , $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$).....	89
Abb. 6.27: Zeitliche Entwicklung der Wellengruppe D_{29} , $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$	90
Abb. 6.28: Räumliche Entwicklung der Wellengruppe D_{29} , $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$	91
Abb. 6.29: Entwicklung der zeitlichen Steilheit ε_t (D_{29} , $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$).....	92
Abb. 6.30: Entwicklung der räumlichen Steilheit ε_x (D_{29} , $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$).....	92
Abb. 6.31: Zeitliche Entwicklung der Wellengruppe D_{29} , $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$	93
Abb. 6.32: Räumliche Entwicklung der Wellengruppe D_{29} , $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$	94
Abb. 6.33: Entwicklung der zeitlichen Steilheit ε_t (D_{29} , $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$).....	95
Abb. 6.34: Entwicklung der räumlichen Steilheit ε_x (D_{29} , $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$).....	95
Abb. A.1: Gebiet zur Lösung der Laplace Differentialgleichung.....	103
Abb. A.2 a: Zeitliche Darstellung einer monochromatischen Wellen nach Theorie 5. Ordnung.....	107
Abb. A.2 b: Räumliche Darstellung einer monochromatischen Wellen nach Theorie 5. Ordnung.....	107
Abb. B.1: Schematische Ansteuerungsprinzipien der „Wuppertaler Wellenmaschine“	111
Abb. B.2: Theoretische und experimentelle Übertragungsfunktion	116
Abb. B.3: Vergleich der Ist- und Sollauslenkung des Wellenblattes	116
Abb. B.4: Vergleich der Soll- und Istwellenhöhen.....	117
Abb. B.5: Normierte relative Wellenhöhe H_{Ist} / H_{Soll}	117
Abb. B.6: Vergleich für Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 1 \text{ cm}$	118
Abb. B.7: Vergleich für Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 2 \text{ cm}$	118
Abb. B.8: Vergleich für Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 3 \text{ cm}$	118
Abb. B.9: Vergleich für Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 4 \text{ cm}$	118

Abb. B.10: Vergleich für Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 5 \text{ cm}$ 118

Abb. B.11: Vergleich für Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 6 \text{ cm}$ 118

Abb. C.1: Vergleich realer und fiktiver Wellenpegel für Wellengruppe C..... 121

Abb. C.2: Vergleich der spektralen Energiedichteverteilung $S(f)^*$ 121

Abb. C.3: Vergleich realer und fiktiver Wellenpegel für Wellengruppe D 122

Abb. C.4: Vergleich der spektralen Energiedichteverteilung $S(f)^*$ 122

Abb. D.1 a, b: Diskretes und kontinuierliches Amplitudenspektrum 123

Abb. D.2 a, b: Diskretes Energiespektrum und kontinuierliches Energiedichtespektrum 124

Abb. D.3 a,b: Ganzzahliges bzw. nicht-ganzzahliges Verhältnis von T_{Dauer} und T 125

Abb. D.4 a,b: Spektrale Energiedichteverteilung $S(f)$ des ganzzahligen bzw. nicht-ganzzahligen Verhältnisses von T_{Dauer} und T 125

TABELLENVERZEICHNIS

<i>Tab. 2.1: Beobachtetes Auftreten von Wellenhöhen [nach Kinsman, 1965].....</i>	<i>4</i>
<i>Tab. 2.2: Exemplarische Wahrscheinlichkeitsberechnung für die Freak Waves aus den Abbildungen 1.1 a und b nach der Rayleigh Verteilung.....</i>	<i>8</i>
<i>Tab. 4.1: Bezeichnung der Wellengruppen C und D (nach Baldock & Swan [1996]).....</i>	<i>21</i>
<i>Tab. 4.2: Bezeichnungen der bichromatischen Wellengruppen.....</i>	<i>22</i>
<i>Tab. 4.3: Bezeichnungen der multichromatischen Wellengruppen mit fünf Komponenten</i>	<i>23</i>
<i>Tab. 4.4: Bezeichnungen der multichromatischen Wellengruppen mit 29 Komponenten.....</i>	<i>24</i>
<i>Tab. 4.5: Bezeichnungen der multichromatischen Wellengruppen mit 50 Komponenten.....</i>	<i>25</i>
<i>Tab. 4.6: Bezeichnungen der multichromatischen Wellengruppen mit 100 Komponenten.....</i>	<i>26</i>
<i>Tab. 5.1: Sortierung der Frequenzterme der Interaktionsmatrix nach Anzahl und Dimension</i>	<i>29</i>
<i>Tab. 5.2: Gesamtanzahl der zu erwartenden Interaktionsfrequenzen in multichromatischen Wellengruppen</i>	<i>32</i>
<i>Tab. 5.3: Nichtlineare Interaktionskomponenten fünfter Ordnung für bichromatische Welle A</i>	<i>35</i>
<i>Tab. 5.4: Nichtlineare Interaktionskomponenten fünfter Ordnung für bichromatische Welle B</i>	<i>36</i>
<i>Tab. 5.5: Nichtlineare Interaktionskomponenten fünfter Ordnung für bichromatische Welle C.....</i>	<i>36</i>
<i>Tab. 5.6: Nichtlineare Interaktionskomponenten fünfter Ordnung für bichromatische Welle D.....</i>	<i>37</i>
<i>Tab. 5.7: Statistische Auswertung der multichromatischen Wellengruppen.....</i>	<i>60</i>
<i>Tab. 5.8: Bestimmung der signifikanten Wellenhöhe $H_{1/3}$ und der mittleren Periodendauer T_m.....</i>	<i>62</i>
<i>Tab. B.1: Wellenkategorien und Erzeugungsmechanismus [nach Dean & Dalrymple, 1984].....</i>	<i>111</i>
<i>Tab. B.2: Variierte Parameter zur experimentellen Bestimmung der Übertragungsfunktion.....</i>	<i>113</i>
<i>Tab. C.1: Nulltes Moment m_0 der jeweiligen multichromatischen Wellengruppe C.....</i>	<i>120</i>
<i>Tab. C.2: Nulltes Moment m_0 der jeweiligen multichromatischen Wellengruppe D.....</i>	<i>120</i>

LISTE HÄUFIG VERWENDETER SYMBOLE UND ZEICHEN

<i>Symbol</i>	<i>Benennung</i>	<i>Dimension</i>	<i>Einheit</i>
A'	Fokussierungspunkt der Freak Wave	L	m
$A_{(-)}, A_{(+)}$	Potentialamplituden der sub- und superharmonischen Frequenz	L^2T^{-1}	cm^2/s
A_{Berg}	Amplitude des Wellenbergs	L	m, cm
A_i	Amplitude der i-ten Komponente	L	m, cm
a_i, b_i	Fourierkoeffizienten		-
A_{Tal}	Amplitude des Wellentals	L	m, cm
c	Phasengeschwindigkeit	LT^{-1}	m/s
c_{Gruppe}	Gruppengeschwindigkeit	LT^{-1}	m/s
d	Wassertiefe	L	m, cm
d/L	Relative Wassertiefe	-	-
E	Mittlerer quadratischer Fehler E	-	-
f	Frequenz der Welle	T^{-1}	Hz
$f_{(ord,gruppe)}$	Höher nichtlineare Frequenz	T^{-1}	Hz
f_i	Frequenz der i-ten Komponente	T^{-1}	Hz
$f_j + f_i$	Frequenz der freien superharmonischen Komponente (2. Ord.)	T^{-1}	Hz
$f_j - f_i$	Frequenz der freien subharmonischen Komponente (2. Ord.)	T^{-1}	Hz
$2 * f_i$	Frequenz der gebundenen superharmonischen Frequenz (2. Ord.)	T^{-1}	Hz
f_m	Mittlere Frequenz des gemessenen Spektrums	T	s
f_M	Mittlere Frequenz des Spektrums (Generierung)	T^{-1}	Hz
f_{oben}	Obere Komponente des Spektrums	T^{-1}	Hz
f_{peak}	Peak Frequenz (JONSWAP - Spektrum)	T^{-1}	Hz
f_{unten}	Untere Komponente des Spektrums	T^{-1}	Hz
H	Wellenhöhe	L	m, cm
$H_{2 * f_i}$	Wellenhöhe der gebundenen superharmonischen Frequenz (2. Ord.)	L	m, cm
H_{f_i}	Wellenhöhe der fundamentalen Frequenz (1. Ord.)	L	m, cm
H_{Freak}	Wellenhöhe der Freak Wave	L	m, cm
H_i	Wellenhöhe der i-ten Komponente des Spektrums	L	m, cm
H_{Ist}	Istwellenhöhe der Welle	L	m, cm
H_{Ist, f_i}	Istwellenhöhe der i-ten fundamentalen Komponente des Spektrums	L	m, cm

Liste häufig verwendeter Symbole und Zeichen

$H_{Ist,2 * fi}$	Istwellenhöhe der i-ten gebundenen superharmonischen Komponente des Spektrums (2. Ord.)	L	m, cm
H_{m0}	Signifikante Wellenhöhe über Ermittlung des nullten Moments der spektralen Analyse m_0	L	m, cm
H_{max}	Maximale Wellenhöhe	L	m, cm
$H_s = H_{1/3}$	Signifikante Wellenhöhe	L	m, cm
H_{Soll}	Sollwellenhöhe	L	m, cm
k	Wellenzahl	L^{-1}	1/m
$k*d$	Relative Wellenzahl	-	-
k_i	Wellenzahl der i-ten Komponente des Spektrums	L^{-1}	1/m
L	Wellenlänge	L	m, cm
L'	Spezifische Länge der Definition nach <i>Kjeldsen</i>	L	m, cm
m_0	Nulltes Moment der spektralen Analyse S(f)	L^2	m^2, cm^2
m_2	Zweites Moment der spektralen Analyse S(f)	L^2T^{-2}	$m^2/s^2, cm^2/s^2$
μ	Horizontale Asymmetrie (A_{Berg}/H)	-	-
N	Komponentenanzahl des Spektrums	-	-
$p(x)$	Wahrscheinlichkeit der Rayleigh Verteilung	-	%
$P(x)$	Überschreitungswahrscheinlichkeit der Rayleigh Verteilung	-	%
q	Verhältnis H_{max}/H	-	-
s	Steilheit einer monochromatischen Welle H/L	-	-
S	Auslenkung (Stroke) des Wellenblattes	L	m, cm
$S(f)$	Energiedichtevertelung	L^2T^{-1}	$m^2/s, cm^2/s$
$S(f)^*$	Normierte Energiedichtevertelung ($S(f)^* = S(f)/\max(S(f))$)	-	-
S_{Ist}	Istauslenkung des Wellenblattes	L	m, cm
S_{Soll}	Sollauslenkung des Wellenblattes	L	m, cm
T'	Spezifischer Zeitparamter der Definition nach <i>Kjeldsen</i>	T	s
$T_{1/3}$	Signifikante Periode	T	s
T_{Dauer}	Meßdauer	T	s
T_m	Mittlere Periode des gemessenen Spektrums	T	s
T_M	Mittlere Periode des Spektrums (Generierung)	T	s
$T_{z,d}$	Periode der Welle nach der zero - downcrossing Methode	T	s
$T_{z,u}$	Periode der Welle nach der zero - upcrossing Methode	T	s
Ur	Ursellparameter	-	-
x	Verhältnis $H_{Mittelwert}/H$	-	-

Liste häufig verwendeter Symbole und Zeichen

X	Relative Fokussierungsdistanz ($X_{\text{Fokus}} - X_{\text{Pegel}}$)	L	m
X_{Fokus}	Fokussierungsdistanz der Freak Wave	L	m
X_{Pegel}	Pegelposition in der Wellenrinne	L	m
γ	Energiekonzentrationsfaktor (JONSWAP-Spektrum)	-	-
Δf	Frequenzanstand der Komponenten des Spektrums	T ⁻¹	Hz
Δf_{FFT}	Frequenzschrittweite der spektralen Energiedichteverteilung	T ⁻¹	Hz
Δs	Theoretische Meßgenauigkeit des Wellenpegels	L	m, cm
ε	Steilheit der Welle ($H/2 \cdot k$)	-	-
ε_i	Phasendifferenz der i-ten Komponente des Spektrums	-	-
ε_t	Zeitliche Steilheit der Freak Wave	-	-
ε_x	Räumliche Steilheit der Freak Wave	-	-
$\eta(x,t)$	Oberflächenauslenkung	L	m, cm
$\overline{\eta(x,t)^2}$	Varianz der Oberflächenauslenkung	L ²	m ² , cm ²
Θ_i	Phasenwinkel der i-ten Komponente des Spektrums ($k_i x - \omega_i t$)	-	rad
$\Phi(x,y,z,t)$	Geschwindigkeitspotential	L ² T ⁻¹	m ² /s, cm ² /s
ω	Kreisfrequenz ($2\pi f$)	T ⁻¹	1/s
ω_i	Kreisfrequenz der i-ten Komponente des Spektrums ($2\pi f_i$)	T ⁻¹	1/s

1 Einführung

1.1 Ziele

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit einer wissenschaftlichen Untersuchung der Phänomenologie von Freak Waves. Neben einer Literaturstudie über die Beobachtung und meßtechnische Erfassung dieser Extremwellen in den Ozeanen, wird eine experimentelle Reproduktion von "Freak Waves" im Wellenkanal dargestellt und mittels Fourieranalyse auf kinematische Vorgänge, insbesondere die nichtlinearen Interaktionsprozesse, aufmerksam gemacht. Darüber hinaus wird ein theoretischer Ansatz zur Beschreibung der Oberflächenkontur aufgezeigt und das zeitliche und räumliche Ausbreitungsverhalten von Freak Waves detailliert beschrieben.

1.2 Phänomenologische Beobachtungen

Die Begriffsdefinition einer Freak Wave (Killerwelle) rührt wohl von der außergewöhnlichen Höhe und dem plötzlichen Auftreten beziehungsweise Verschwinden dieser Art Welle her. Es existieren viele Geschichten, die sich Seeleute erzählten und von 30 m hohen, aus dem Nichts erscheinenden Killerwellen berichteten. Geraume Zeit erschienen diese Berichte Wissenschaftlern maßlos übertrieben [Nickerson, 1993]. Stark beschädigte und sogar zahlreiche plötzlich verschwundene Schiffe deuteten aber dennoch auf die Existenz dieser außergewöhnlichen Wellen hin. Erst mit der Errichtung von meerestechnischen Konstruktionen zur Öl- und Gasförderung auf der offenen See konnten langfristige Seegangaufzeichnungen mit Hilfe von permanenten Meßeinrichtungen angestellt werden und so das Auftreten dieser Extremwellen nachgewiesen werden. Im Zuge dieser Beobachtungen und aufgrund der tatsächlich existierenden, sehr außergewöhnlichen Wellenhöhen beschäftigen sich die Betreiber der Offshore-Plattformen damit, ob die bei der Konstruktionsplanung angesetzten Bemessungsgrößen ausreichend angenommen wurden, um die Sicherheit der Strukturen und deren Besatzung nicht zu gefährden. Nicht nur der Freibord der Plattformen [Graw & Koola, 1996], sondern auch die sich unter einer Freak Wave einstellenden kinematischen Vorgänge interessieren in diesem Zusammenhang. Die auftretenden Strömungsgeschwindigkeiten und -beschleunigungen von Bemessungswellen bestimmen maßgeblich die Struktur der Trag- bzw. Gründungskonstruktion (z.B. Pfeiler) der Plattformen [Zhang et al., 1997].

Zahlreiche Veröffentlichungen schildern Aufzeichnungen von Freak Waves [Kjeldsen, 1989], [Nickerson, 1993], [Rozario et al., 1993], [Yasuda et al., 1997] oder [Skourup et al., 1997]. Exemplarisch werden zwei Extremwellen [nach Sand et al., 1989] in der Nordsee in den Abbildungen 1.1 a und b dargestellt, die an einer Ölplattform zu unterschiedlichen Zeitpunkten mit an den Gründungspfeilern installierten Meßeinrichtungen (Druckmeßdosen) registriert werden konnten. Abbildung 1.2 soll in diesem Zusammenhang dokumentieren, welchen Schaden Freak Waves anrichten können. Der zerstörte Bug des Flugzeugträgers U.S.S. Valley Forge belegt die außergewöhnlich große Kraft einer Freak Wave, die das Schiff nordöstlich des Cape Hatteras (Outer Banks) vor der Küste North Carolinas erfaßte. An dieser Stelle muß darauf hingewiesen werden, daß Freak Waves bevorzugt in bestimmten Regionen der Erde auftreten [Kjeldsen, 1989].

Die folgenden Abbildungen dokumentieren die Mächtigkeit von Freak Waves anhand von Fotografien sehr eindrucksvoll. Die Abbildung 1.3 zeigt eine Freak Wave in der Biskaya [Nickerson, 1993] und die Abbildung 1.4 beschreibt eine brechende Freak Wave, die vom

Kapitän der British Wye während eines Wintersturms südlich von Neufundland fotografiert werden konnte [Nickerson, 1993].

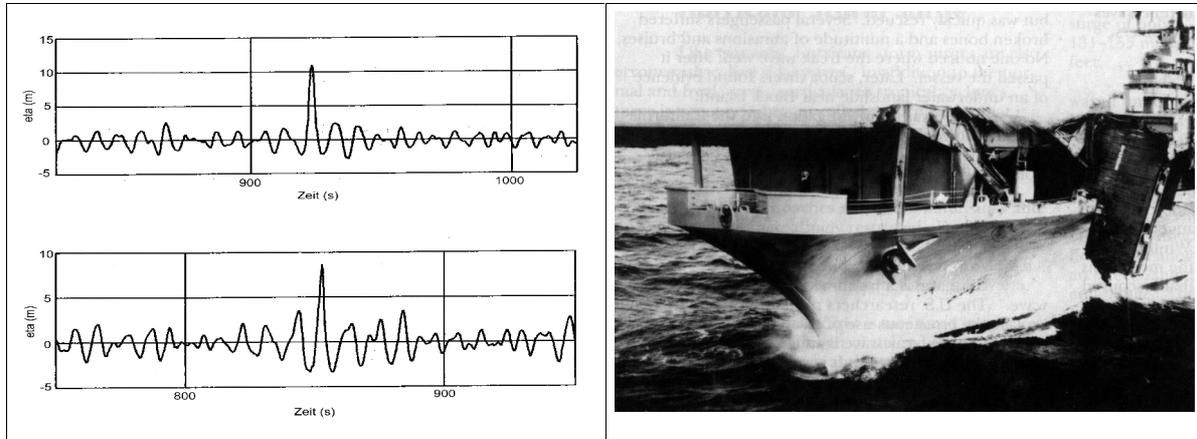


Abb. 1.1 a, b: Freak Waves im dänischen Sektor der Nordsee [entnommen aus Sand, 1989]

Abb. 1.2: U.S.S. Valley Forge [Nickerson, 1993]

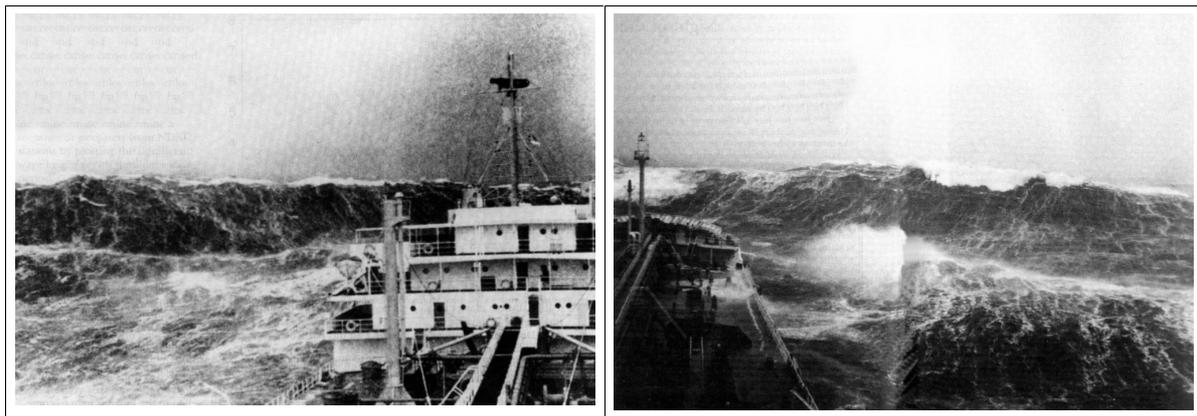


Abb. 1.3: Freak Wave in der Biskaya [Nickerson, 1993]

Abb. 1.4: Brechende Freak Wave südlich von Neufundland [Nickerson, 1993]

Neben den bereits erwähnten Tiefwasserbereichen in Ozeanen, heben sich besonders küstennahe Gebiete ab, in denen starke Strömungen und Seegang in Interaktion treten. Tritt eine Strömung entgegengesetzt der Fortschrittsrichtung eines Wellenfeldes auf, kommt es zu einer Wellenhöhenzunahme und schließlich zu brechenden Wellen. Zu den Regionen, in denen dieser Effekt besonders häufig beobachtet wird, gehört z.B. die östlich der südafrikanischen Küste auftretende "Agulhas Strömung" oder die südöstlich von Japan existierende "Kuroshio Strömung". Anhand der Abbildung 1.5 soll exemplarisch kurz auf die wesentlichen Zusammenhänge der Agulhas Strömung eingegangen werden.

Antarktische Winde aus südwestlicher Richtung erzeugen Wellenfelder, die verstärkt durch die südatlantische und die antarktische polarzyklische Strömung auf den afrikanischen Kontinent bewegt werden. Gleichzeitig verursacht eine Meeresströmung aus dem Südindischen Ozean einen zwischen Madagaskar und der Ostküste Südafrikas gegen den Uhrzeigersinn drehenden Strömungswirbel. Dieser wird als *Agulhas Current* bezeichnet und infolge der entgegen dieser Strömung gerichteten Wellenfelder werden in der Küstenregion Südafrikas zwischen Durban und Kapstadt häufig Wellen mit extrem großer

Höhe registriert. Aufgrund dieser natürlichen Konstellation wird der Schiffsverkehr oftmals merklich beeinträchtigt. Der Begriffsdefinition des "Kaps der guten Hoffnung" gründet ursprünglich auf dieser natürlichen Konstellation.

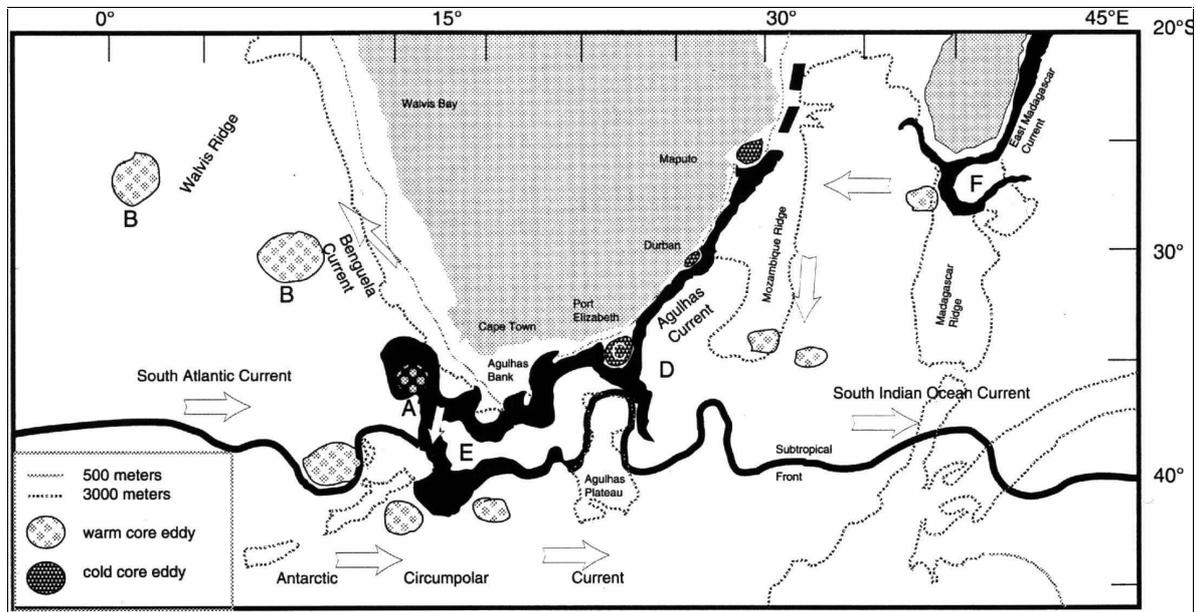


Abb. 1.5: "Agulhas Strömung" vor der Ostküste Südafrikas [Shilligton et al, 1993]

Eine der jemals größten aufgezeichneten Freak Waves wurde von Whitemarsh [Nickerson, 1993] wissenschaftlich fundiert beschrieben. Im Februar 1933 kreuzte die U.S.S. Ramapo während eines schweren Sturms durch den Nordpazifik. Mittels eines vermessungstechnischen Verfahrens ("Triangulation") konnten Freak Waves mit Wellenhöhen über 34 m gemessen werden.

Zu den nicht so häufig von Freak Waves betroffenen Küstenregionen gehört aber z.B. die atlantische Küste der USA. Nickerson [1993] schildert das plötzliche Erscheinen von drei Freak Waves mit Wellenhöhen von 3 bis 5,5 m am Strand von Daytona Beach, Florida. Das in einer nahezu windstillen Julinacht 1993 aufgetretene Phänomen beschädigte zahlreiche an der Promenade abgestellte Autos, forderte aber keine Menschenleben. Eine am nächsten Morgen einberufene wissenschaftliche Untersuchung dieses Phänomens stellte einen Wellenaufbau von 150 - 200 m am Strand fest und lag somit 1,2 - 1,5 m höher als der Meeresspiegel. Als Ursache für die Freak Waves in dieser Nacht konnten Erdbeben, die sogenannte Tsunamis verursachen, ausgeschlossen werden, da seismische Bewegungen des Untergrunds nicht registriert werden konnten. Ebenso waren abrutschende Erdmassen im Übergangsbereich der Kontinentalplatten zum Tiefwasserbereich nicht verantwortlich für dieses Ereignis. Aufgrund meteorologischer Aufzeichnungen wurde ein am Morgen des vorangegangenen Tages 700 km östlich auf dem Atlantik gelegenes Sturmereignis vermerkt, das für die Auslösung dieses Phänomens an der Küste verantwortlich gemacht werden konnte.

2 Statistische Definitionen und kinematische Zusammenhänge

2.1 Entstehung von Wellen

Um das Phänomen der Freak Waves zu beschreiben bzw. zu definieren, muß zunächst generell auf die Entstehung von Wellen eingegangen werden. Im folgenden wird dieser sehr komplexe Vorgang stark vereinfacht beschrieben und darüber hinaus auf grundlegende Literatur verwiesen [Silvester, 1974], [Phillips, 1957]. Infolge der Energieeinstrahlung der Sonne wird die Atmosphäre bzw. die Erde aufgeheizt. Da diese Erwärmung nicht gleichmäßig über die Erdoberfläche verteilt auftritt, kommt es zu ausgleichenden Winden, die sowohl über den Wasser- als auch über den Landflächen entstehen. Der primäre Mechanismus der Wellengenerierung in Ozeanen basiert auf Reibung an der Kontaktfläche zwischen Luft und Wasser. Wind erzeugt kleinste Auslenkungen an der Wasseroberfläche. Je nach Dauer und Stärke dieser Windfelder vergrößern sich diese Instabilitäten. Ist darüber hinaus die Einwirkungslänge (fetch) des Windfeldes ausreichend groß, entwickelt sich eine sogenannte *full arisen sea* (sehr ausgeprägter Seegang), welche Einzelwellen verschiedener Höhe und Periode in willkürlich überlagerter Form (Richtung, Phase) - zu Spektren zusammengefügt - beinhaltet. Bei einer statistischen Auswertung des Seegangs werden dabei die Wellenhöhen wie auch Frequenzen, respektive Perioden, der Wellen nach der sogenannten *zero - upcrossing* bzw. *zero - downcrossing* - Methode ermittelt [IAHR, 1986].

2.2 Wellenstatistische Größen

2.2.1 Allgemeines

Um einen Anhaltspunkt über die in den Ozeanen vorherrschenden Wellenhöhen und deren Auftretenswahrscheinlichkeit zu bekommen, beschreibt Kinsman [1965] anhand von Messungen eine in Klassen aufgeteilte, statistische Verteilung und konstituiert somit ein prinzipielles Bild über Wellenklimata in Ozeanen. Er weist ausdrücklich darauf hin, daß diese Statistik als Mittelwert über zahlreiche Einzelbeobachtungsreihen aufgestellt worden ist. Lokal kann durchaus ein abweichendes Wellenklima vorherrschend sein. Tabelle 2.1 faßt diese Ergebnisse zusammen:

Wellenhöhe H [m]	0 - 1	1 - 1.3	1.3 - 2.1	2.1 - 3.6	3.6 - 6.0	> 6.0
beobachtetes Auftreten [%]	20	25	20	15	10	10

Tab. 2.1: Beobachtetes Auftreten von Wellenhöhen [nach Kinsman, 1965]

Diese Statistik besagt, daß 45 % der registrierten Wellen kleiner als 1,30 m bzw. 80 % kleiner als 3,60 m sind. Nur 10 % weisen eine Wellenhöhe größer 6,00 m auf, wobei keine maximale Wellenhöhe anhand dieser Beobachtungen ausgemacht werden kann. Deutlich ist zu erkennen, daß eine Konzentration der Wellenhöhen im Bereich von etwa 1 bis 2 m liegt.

2.2.2 Die Rayleigh Verteilung

Um den Seegang darüber hinaus exakter mathematisch zu definieren, sind spezifische

Charakteristika international eingeführt worden. Longuett-Higgins [1952] führt an, daß die aus der theoretischen Statistik bekannte Rayleigh Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion - basierend auf der fundamentalen Gauß'schen Normalverteilung - ausgezeichnet geeignet ist, um eine Aussage über das wahrscheinlichkeitsbedingte Auftreten von Wellenhöhen in Ozeanen zu treffen. Gleichung 2.1 stellt in diesem Zusammenhang eine fundierte mathematische Beschreibung der Beobachtungen von Kinsman her:

$$p(x) = \frac{\pi}{2} x \exp\left(-\frac{\pi}{4} x^2\right) \quad \text{mit: } x = \frac{H}{H_{\text{Mittelwert}}} \quad (\text{Gl. 2.1})$$

$$P(X < x) = \int_{-\infty}^x p(\zeta) d\zeta = -\exp(\pi \cdot x^2) \frac{1}{4} \quad (\text{Gl. 2.2})$$

Die Abbildung 2.1 zeigt graphisch veranschaulicht diese Dichtefunktion in Abhängigkeit der in Gleichung 2.1 eingeführten dimensionslosen Variablen x , als Quotient der Wellenhöhe H und den über eine Zeitreihe berechneten Mittelwert aller Wellenhöhen $H_{\text{Mittelwert}}$. Die in Gleichung 2.2 angeführte Funktion repräsentiert die Verteilungsfunktion $P(X < x)$ der dimensionslosen Variablen x , respektive einer bestimmten Wellenhöhe H . Die Überschreitungswahrscheinlichkeit kann über die Beziehung $P(X > x) = 1 - P(X < x)$ berechnet werden.

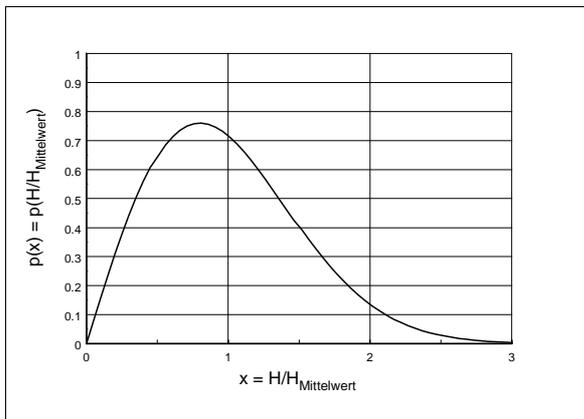


Abb. 2.1: Dimensionslose Beschreibung der Wahrscheinlichkeit $p(x)$ von Wellenhöhen ($x=H/H_{\text{Mittelwert}}$) auf Ozeanen nach der Rayleigh Verteilung [entnommen aus Goda, 1985]

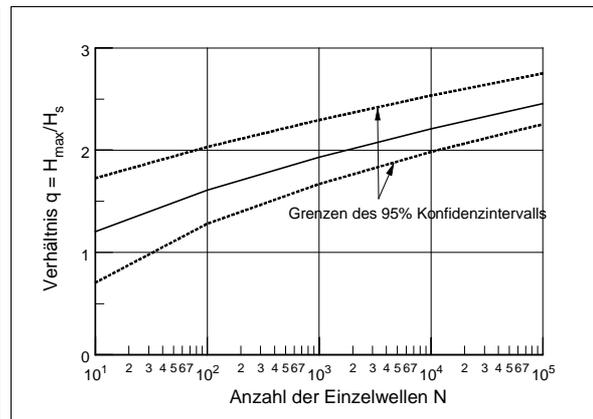


Abb. 2.2: Quotient der maximalen Wellenhöhe H_{max} zur signifikanten Wellenhöhe H_s in Abhängigkeit der Gesamtwellenzahl N in einem betrachteten Zeitraum [nach Dean, 1990]

Angemerkt sei an dieser Stelle außerdem, daß die Rayleigh Verteilung streng genommen für zeitlich unbegrenzte Datenreihen und somit unendliche viele Einzelwellen N gilt. Goda [1985] empfiehlt eine Wellenzahl von 100 Einzelwellen nicht zu unterschreiten. Unter Anwendung dieser statistischen Verteilungsfunktion lassen sich weitere statistische Parameter ableiten. Werden alle gemessenen Wellenhöhen der Größe nach geordnet, dann bezeichnet die signifikante Wellenhöhe H_s den Mittelwert des oberen Drittels der größten Wellen und wird deshalb auch $H_{1/3}$ genannt. Dementsprechend kann aus dieser Datenreihe auch eine maximale Wellenhöhe berechnet werden, die nur von einer einzigen Welle überschritten wird. Für den jeweiligen Berechnungsalgorithmus wird auf Dean & Dalrymple [1984] verwiesen. Das Verhältnis q der maximalen Wellenhöhe H_{max} und der signifikanten Wellenhöhe H_s ist in Abhängigkeit der Gesamtwellenzahl in Abbildung 2.2 in einer logarithmischen Notierung dargestellt. Es ist zu erkennen, daß das

Verhältnis q mit zunehmenden N streng monoton steigend ist. Beispielsweise ist für eine Beobachtungsreihe mit insgesamt $N = 2000$ Einzelwellen ungefähr $q = 2$ zu erwarten. Ebenfalls beinhaltet Abbildung 2.2 das 95% Konfidenzintervall dieser Beziehung, womit angedeutet werden soll, daß dieses Verhältnis q - stochastisch gesehen - zu 2,5% kleiner als 1,85 und zu 2,5% größer als 2,3 für dieselbe Anzahl an Einzelwellen N sein kann.

2.2.3 Wellenspektren

Darüber hinaus muß der natürliche Seegang auch in frequenzabhängiger Darstellung analysiert werden. Auf den ersten Blick erscheint eine zeitliche Wellenhöhenaufzeichnung (siehe auch Abb. 1.1 a und b) sehr ungeordnet. Ein durch einen Sturm erzeugtes Wellenspektrum verfügt prinzipiell über eine infinite Anzahl an Einzelkomponenten mit unterschiedlichen Amplituden. Mathematisch genauer betrachtet beinhaltet jede Einzelwelle eine individuelle Phaseninformation, die sich in einem richtungs- und zeitabhängigen Ausbreitungsverhalten der Komponente bemerkbar macht. Ein Wellenspektrum setzt sich aus unzähligen überlagerten Sinuswellen mit jeweils unterschiedlichen Phasen zusammen. Mittels einer Fourier-Analyse der Seegangsaufzeichnung kann das Signal in diese Einzelkomponenten zerlegt werden (Anhang D).

Trägt man die Verteilung der Energie über die Frequenzen in einem Diagramm auf, wird diese Darstellungsart unter Vernachlässigung der Richtungsinformation als das Frequenzspektrum und unter Einbeziehung dieses Parameters als das richtungsabhängige Frequenzspektrum ("directional wave spectrum") bezeichnet. Zahlreiche wissenschaftliche Veröffentlichungen befassen sich mit der theoretischen Beschreibung natürlicher Wellenspektren [Pierson & Moskowitz, 1964], [Bretschneider, 1968], [Mitsuyasu, 1970] und [Hasselmann et al., 1973]. Alle Methoden basieren auf semiempirischen Ansätzen. Das Pierson-Moskowitz Spektrum beinhaltet die Windgeschwindigkeit in einer signifikanten Höhe über der Wasseroberfläche als entscheidendes Kriterium für die Energieverteilung im Seegang. Hasselmann definiert das JONSWAP-Spektrum für die Nordsee, das aus dem Pierson-Moskowitz Spektrum hervorgeht, mit einer größeren Energiekonzentration ("γ-factor") um die zentrale Frequenz ("Peak frequency f_{peak} "). Mitsuyasu implementiert darüber hinaus die Richtungsabhängigkeit des Seegangs in eine theoretische Beschreibung des Wellenspektrums. Gleich welche Theorie zur Anwendung kommt – jede weist generelle Gemeinsamkeiten auf, wie das Beispiel in Abbildung 2.3 zeigt. Exemplarisch wird einen Vergleich zwischen einem gemessenen Frequenzspektrum und einer theoretischen Berechnung nach Bretschneider gemacht, dessen Formel zur Berechnung der spektralen Energiedichte $S(f)$ wesentlich von der signifikanten Wellenhöhe $H_{1/3}$ und der zugehörigen signifikanten Periode $T_{1/3}$ abhängt. Anhand dieses Beispiels ist zu erkennen, daß sich die Energie im Frequenzbereich zwischen 0,1 und 0,2 Hz konzentriert und für die Frequenz $f = 0,125$ Hz ein Maximum aufweist. Kleinere Frequenzen, die gegen Null streben, enthalten deutlich geringere Energie, und hochfrequenterer Komponenten weisen kontinuierlich geringere Energieanteile auf. Die anderen erwähnten Wellenspektrenmethoden produzieren ähnlich gute Ergebnisse.

Goda [1985] macht auf einen mathematischen Zusammenhang aufmerksam, der es ermöglicht, aus einer spektralen Energieverteilung $S(f)$, wie z.B. aus Abbildung 2.3, die signifikante Wellenhöhe $H_{1/3}$ bzw. die mittlere Periode T_m zu ermitteln. Er führt diesbezüglich die totale Wellenenergie m_0 ein, die einerseits über das Parseval'sche Theorem der Varianz $\eta(x,t)^2$ der Oberflächenauslenkung äquivalent ist (Gl. 2.3) und

andererseits als nulltes Moment der spektralen Energieverteilung $S(f)$ berechnet werden kann (Gl. 2.4). Gleichsam kann eine Abschätzung über die signifikante Wellenhöhe $H_{1/3}$ (Gl. 2.5) und die mittlere Periode T_m gemacht werden (Gl. 2.6). Zur Analyse der in dieser Arbeit durchgeführten Experimente zur Reproduktion von Freak Waves in einem Wellenkanal wird von den Gleichungen 2.3 bis 2.7 intensiver Gebrauch gemacht.

$$m_0 = \overline{\eta(x,t)^2} = \lim_{t_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} \eta(x,t)^2 dt \quad (\text{Gl. 2.3})$$

$$m_0 = \int_0^{\infty} S(f) df \quad (\text{Gl. 2.4})$$

$$H_{1/3} \cong H_{m0} = 4.004 \sqrt{m_0} \quad (\text{Gl. 2.5})$$

$$T_m = \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} \quad (\text{Gl. 2.6})$$

Wobei m_2 als das zweite Moment der spektralen Energiedichte $S(f)$ bezeichnet wird und nach Gleichung 2.7 berechnet werden muß.

$$m_2 = \int_0^{\infty} f^2 S(f) df \quad (\text{Gl. 2.7})$$

Es bleibt abschließend festzuhalten, daß die Energie in einem natürlichen Wellenspektrum frequenzabhängig spezifisch verteilt ist und nach diversen semi-empirischen Methoden simuliert werden kann. Dieses typische Seegangsspektrum muß hinsichtlich der Phänomenologie von Freak Waves unbedingt berücksichtigt werden.

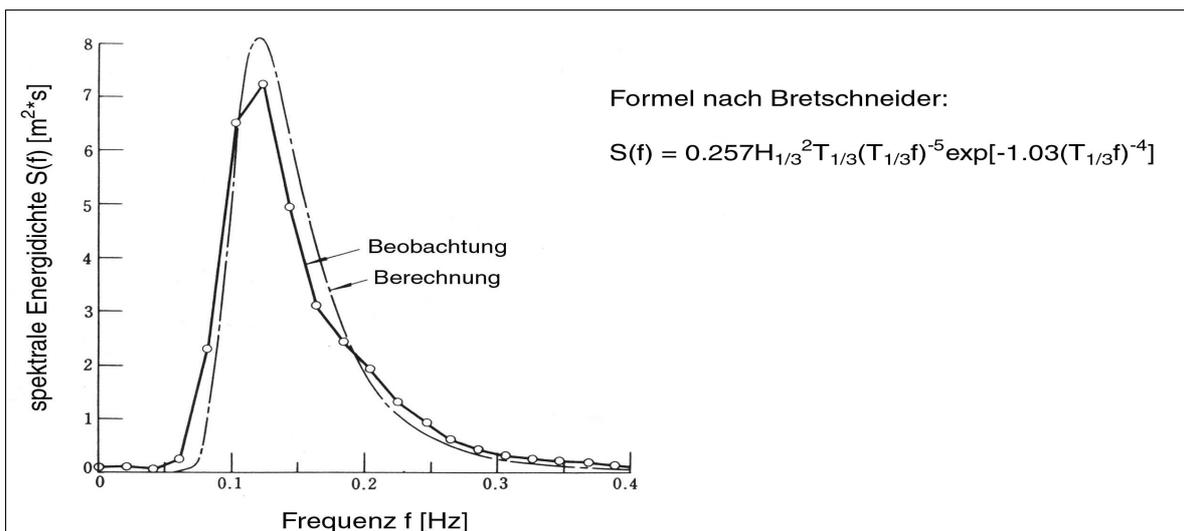


Abb. 2.3: Theoretische und experimentelle spektrale Energiedichte [nach Bretschneider, 1968]

2.3 Naturmessungen und Freak Wave Definitionen

2.3.1 Beispiel

Anhand der im vorherigen Abschnitt eingeführten wellenstatistischen Größen wird nun der Bezug zu Freak Waves hergestellt. Die in den Abbildungen 1.1 a und b dargestellten Extremwellen weisen in etwa eine Wellenhöhe von 14 m bzw. 10 m auf. Tabelle 2.1 sagt diesbezüglich aus, daß nur 10% der Wellen größer als 6 m sind. Aus diesem zwar ungenauen Zusammenhang kann trotzdem geschlossen werden, daß eine derartig gemessene Extremwelle nur äußerst selten auftritt. Mathematisch eindeutiger wird dieser Punkt durch die Rayleigh Verteilungsfunktion beschrieben. Obwohl keine näheren Informationen über mittlere oder signifikante Wellenhöhen dieser Ereignisse vorliegen, kann eindeutig entnommen werden, daß die Wellenhöhen der Freak Waves deutlich die Größen der zeitlich umgebenden Wellenzüge überschreiten. Trotz der begrenzten Aufzeichnungsdauer und der damit reduzierten Anzahl an Einzelwellen N soll beispielhaft eine Wahrscheinlichkeitsberechnung durchgeführt werden. Bildet man (visuell) für die dargestellten Zeitfenster eine jeweilige mittlere Wellenhöhe, so ergeben sich ungefähr folgende in Tabelle 2.2 berechneten Überschreitungswahrscheinlichkeiten nach den Gl. 2.1 bzw. 2.2. Es wird deutlich, daß beide Freak Waves höchst seltene Ereignisse sind. Insbesondere die Extremwelle aus Abbildung 1.1 a bildet - statistisch gesehen - einen äußerst unwahrscheinlichen Fall, der wie die Tabelle 2.2 zeigt, kaum noch überschritten werden kann und somit einen Extremfall unter den Extremereignissen darstellt.

Freak Wave	H_{Freak}	H_{Mittel}	x	$P(X < x)$	$P'(X > x)$
	[m]	[m]	[/]	[%]	[%]
	1	2	3	4	5
Abb. 1.1 a	13,0	3,0	4,33	99,99	$3,9 \cdot 10^{-5}$
Abb. 1.1 b	10,0	3,5	2,86	99,84	$1,6 \cdot 10^{-1}$

Tab. 2.2: Exemplarische Wahrscheinlichkeitsberechnung für die Freak Waves aus den Abbildungen 1.1 a und b nach der Rayleigh Verteilung

Die in Abschnitt 2.2.2 erwähnte spektrale Energiedichte $S(f)$ kann leider nicht von diesen Freak Wave Beispielen berechnet werden, da weder die Wellenspektren in der Veröffentlichung von *Sand et al.* vorliegen, noch Seegangsdaten in digitaler Form zur Durchführung einer Fourieranalyse existieren. Dennoch kann postuliert werden, daß der Energieanteil der Freak Wave nicht explizit im Wellenspektrum hervortreten wird, da diese Extremereignisse aus Überlagerungsprozessen verschiedener Einzelkomponenten entstehen und bei einer Fourieranalyse in diese zerlegt werden. Der folgende Abschnitt 2.3.2 beschreibt diesen Vorgang deutlicher.

2.3.2 Entstehungsmechanismen

Der Hintergrund des fundamentalen Entstehungsmechanismus einer Freak Wave besteht in der räumlichen und zeitlichen Überlagerung von Einzelwellen, die in Wellenspektren zwangsläufig vorhanden sind. Eine Freak Wave kommt dann zustande, wenn sich diese Komponenten phasengleich überlagern. In diesem Fall superpositionieren sich die

Einzelwellen an genau einem Ort und zu exakt einem Zeitpunkt und resultieren in einer extrem großen Amplitude. Eine Freak Wave wird daher als eine Welle mit transientem Verhalten ('transire' *lat.*: vorübergehend) definiert, da sie nur für einen kurzen Moment lokal existiert. Häufig ist zudem zu beobachten, daß zwei oder mehrere Wellenfelder, die in voneinander unabhängigen Gebieten durch Sturmereignisse erzeugt wurden aufgrund ihres individuellen, dispersiven Ausbreitungsverhaltens an einem anderen Ort gemeinsam in Interaktion treten. Diese Art der richtungsabhängigen Superposition bedingt insbesondere eine Freak Wave als dreidimensionales Phänomen zu behandeln.

Wie bereits in Abschnitt 1.2 erwähnt interagieren Wellen auch mit Strömungen. Dabei ist entscheidend, wie diese zueinander gerichtet sind. Existieren gleichgerichtete Konstellationen, so nimmt die Länge der Welle im Vergleich zu strömungsfreien Verhältnissen zu und die Wellenhöhe wird dezimiert. Sind Welle und Strömung entgegengesetzt gerichtet, nimmt die Länge der Welle ab und die Wellenhöhe nimmt zu. Teilweise kann unter dieser Voraussetzung ein Wellenbrechen aktiviert werden, da die Steilheit der Welle kritisch anwächst und schließlich zur Instabilität führt. Dieser Effekt ist bei Freak Waves häufig zu beobachten. Einen besonderen Stellenwert nehmen in diesem Zusammenhang die nichtlinearen Interaktionserscheinungen innerhalb der Fokussierung dieser Komponenten ein.

2.3.3 Statistische Definitionen von Freak Waves

Mittels des Parameter H_s regt Kjeldsen [1993, 1997] an, eine Welle dann als Freak Wave zu bezeichnen, wenn eine gemessene Wellenhöhe größer als die doppelte signifikante Wellenhöhe H_s ist und gleichzeitig eine Wellenhöhe größer als 10,00 m aufweist.

$$H_{Freak} \geq 2H_s \quad \text{und} \quad H_{Freak} \geq 10.00 \text{ m} \quad (\text{Gl. 2.8})$$

Dieser Vorschlag wird seither von der IAHR/PIANC als eine allgemeine Klassifizierung zur Interpretation von Seegangdaten empfohlen. Kjeldsen fügt des weiteren zwei geometrische Größen an, die als Brechkriterien zur Formcharakterisierung einer Freak Wave herangezogen werden sollen. Zum einen führt er einen horizontalen Asymmetriefaktor μ ein und zum anderen benutzt er die Steilheit der Freak Wave an der Frontseite, die sowohl räumlich mit ε_x als auch zeitlich mit ε_t definiert werden kann. Die Abbildung 2.4 verdeutlicht diese Zusammenhänge.

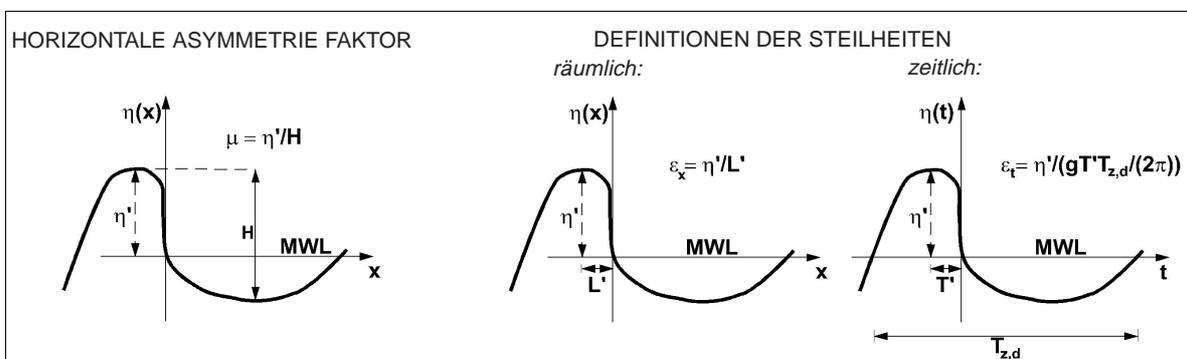


Abb. 2.4: Geometrische Größen einer brechenden Freak Wave [nach Kjeldsen, 1997]

Anhand der Freak Wave Definition aus Gleichung 2.8 und der Beziehung aus Abbildung 2.2 kann geschlossen werden, daß statistisch betrachtet alle $N = 2000$ Wellenzüge eine Welle existiert, deren Wellenhöhe mindestens zweimal der signifikanten Wellenhöhe entspricht. In Abhängigkeit einer mittleren Periodendauer T_m des Wellenzuges, die je nach Ort und Betrachtungszeitraum variieren kann, bestimmt sich eine ungefähre Überschreitungsperiode. Um einen Anhaltspunkt über diese Regelmäßigkeit zu erhalten, wird bei einer exemplarisch festgelegten mittleren Periodendauer $T_m = 6 \text{ s}$ (Nordsee) dieses Kriterium ungefähr alle vier Stunden an einem beliebigen Ort überschritten. In dieser Betrachtung spielt jedoch die Größe der signifikanten Wellenhöhe eine gravierende Rolle, da sie je nach Windstärke, -dauer und -einwirkungslänge stark variiert und somit in Größenordnungen zwischen wenigen Zentimetern und mehreren Metern liegen kann. Erst mit gleichzeitiger Überschreitung der Wellenhöhe $H = 10 \text{ m}$ in der zweiten Bedingung der Gleichung 2.8 kann eine Freak Wave nach Kjeldsen definiert werden und entspricht dadurch erst wieder einem äußerst seltenem Ereignis, wie es zuvor schon anhand der Rayleigh Verteilung aufgezeigt wurde.

Yasuda et al. [1997] stellen in einer sehr umfangreichen Studie detaillierte Seegangsmessungen im Pazifik östlich von Japan und in der westlich dieser Insel gelegenen japanischen See vor. Über einen Zeitraum von ca. fünf Jahren wurden an neun verschiedenen Meßpunkten in einer mittleren Entfernung von 1 bis 2 km vor der Küste Daten von Freak Waves ermittelt und ausgewertet. *Yasuda et al.* beschreiben in ihren Ergebnissen, daß generell die Anwendung der Rayleigh Verteilung und die in Gl. 2.8 angeführte Beschreibung von Freak Waves gültig ist. Hierfür klassifizieren sie die Seegangsdaten in nach $H_{1/3}$ sortierten Gruppen und stellen diesbezüglich Vergleiche mit der in dem jeweiligen Zeitfenster beobachteten Wellenzahl N bzw. die maximal aufgetretenen Wellenhöhen H_{max} an. Sie machen die Beobachtung, daß 20% der Wellen größer als 10 m und eine Freak Wave im Sinne der Definition nach Gl. 2.8 sind. Ein Vergleich zwischen den größten absolut gemessenen Freak Waves und den entsprechenden signifikanten Wellenhöhen birgt ein interessantes Ergebnis. Die größten Freak Waves korrelieren nicht zwangsläufig mit den größten signifikanten Wellenhöhen – es wird die Erkenntnis gewonnen, daß gerade in relativ ruhiger See sehr große Extremwellen auftreten. Außerdem machen *Yasuda et al.* Vergleiche hinsichtlich der Zulässigkeit zur Beschreibung von Freak Waves durch die Rayleigh Verteilung. Für signifikante Wellenhöhen $H_{1/3} < 5 \text{ m}$ scheinen die Messungen mit Berechnungen der Rayleigh Verteilung identisch zu sein. Darüber hinaus stellen sie fest, daß für signifikante Wellenhöhen $H_{1/3} > 5 \text{ m}$ deutlich größere maximale Wellenhöhen auftreten, als mit der statistischen Funktion vorhergesagt werden können. Dieses Ergebnis führen sie auf hochgradig nichtlineare Interaktionsprozesse innerhalb der Freak Wave zurück.

Skourup et al. [1997] präsentieren eine ähnliche statistische Analyse über einen Zeitraum von zwölf Jahren zu Extremwellen in der zentralen Nordsee. Sie fokussieren ihre Studie auf Freak Waves, die sich im Verlauf von Sturmereignissen an einer festinstallierten Meßeinrichtung einer Ölbohrplattform (Maersk Oil, Gorm Field) registrieren ließen. Auch Skourup et al. benutzen die von *Kjeldsen* proklamierte Definition (Gl. 2.8) und empfehlen darüber hinaus ein weiteres Kriterium zu benutzen: Wenn die Amplitude eines Wellenbergs um 10% größer als die signifikante Wellenhöhe $H_{1/3}$ eines 20 minütigen Zeitraums ist. Ihre umfangreiche Analyse beinhaltet 89 einzelne Sturmereignisse, in denen 446 Freak Waves verzeichnet werden konnten. Auch sie machen die Beobachtung, daß nicht zwangsläufig die extremsten Freak Waves mit den größten signifikanten Wellenhöhen korrelieren. Sie erklären sich diese Besonderheit damit, daß während eines

schweren Sturms generell große $H_{1/3}$ zu erwarten sind, da die Windeinwirkung überwiegend aus einer Richtung dominiert und somit langkämmige, quasi-zweidimensionale Wellenfelder entstehen. Für geringere signifikante Wellenhöhen treten hingegen meist ausgeprägtere Freak Waves auf, weil dreidimensionale Überlagerungsvorgänge samt nichtlinearer Interaktionen höherer harmonischer Komponenten diese Prozesse primär steuern. In diesem Zusammenhang machen sie darauf aufmerksam, daß speziell unter diesen Bedingungen Freak Waves aufgrund von Instabilität brechen. In einem Resümee stellen *Skourup et al.* die eindeutige Unabhängigkeit zwischen Freak Waves und der signifikante Wellenhöhe heraus, so daß die Gültigkeit der Rayleigh Verteilung in Bezug zu Gleichung 2.8 generell nicht mehr gewährleistet ist.

Sand et al. [1989] versuchen neben der statistischen Erfassung von Freak Waves primär ein physikalisches Modell zu entwickeln, welches kinematische Belastungsgrößen für Bauwerke (z.B. Ölplattformen) prognostizieren kann. Ähnlich wie *Yasuda et al.* stellen sie zunächst die grundsätzliche Übereinstimmung zwischen Seegangmessungen und der Rayleigh Verteilung für geringe signifikante Wellenhöhen heraus. Dominieren aber größere $H_{1/3}$, kann keine Übereinstimmung mehr festgestellt werden. In diesem Fall überschreiten Freak Waves deutlich die statistische Vorhersage. In Anlehnung an die geometrischen Definitionen nach *Kjeldsen* (Abb. 2.4) beschreiben *Sand et al.* horizontale Asymmetrien $\mu = 0,66$ bis $0,79$ und Steilheiten $\varepsilon_x = 0,24$ bis $0,36$ an den Frontseiten der gemessenen Freak Waves, die das Kriterium $H_{max}/H_s > 2,0$ überschreiten.

Rozario et al. [1993] stellen Ergebnisse von gemessenen Seegangsaufzeichnungen vor, die westlich der norwegischen Küste an der in der Nordsee gelegenen "Tern" Ölplattform (Shell U.K.) aufgenommen wurden. Es wird von mehreren Freak Wave Ereignissen während eines Sturms berichtet, welche bei einer signifikanten Wellenhöhe $H_{1/3} = 11,7$ m eine maximale Wellenhöhe $H_{max} = 25,5$ m mit einer maximalen Amplitude $A_{Berg} = 16,0$ m erreichten (entspricht: $\mu = 0,63$), und somit fast an die auf 100 Jahre ausgelegte Bemessungswellenhöhe der Plattform heranreichte. *Rozario et al.* kommen überein, daß dieses Ereignis nicht generell mit der Rayleigh Verteilung vorausgesagt werden kann und deshalb neue statistische Modelle (nichtlineare) bzw. theoretische Modifikationen angestellt werden müssen.

Es ist abschließend festzuhalten, daß *Kjeldsen* durch die Definition einer Freak Wave nach Gl. 2.8 eine quantitative Klassifizierung zur Interpretation von Seegangsdaten vorlegt. Generell ist dieses Kriterium in der Lage, eine extrem hohe Welle zu erfassen und wird auch als entscheidendes Merkmal von zahlreichen Wissenschaftlern angewendet. Dennoch muß konstatiert werden, daß die verursachenden Komponenten einer Freak Wave auf diese Weise nicht berücksichtigt werden. Auch die in Abbildung 2.2 angeführten zeitlichen und räumlichen Asymmetrieeigenschaften bieten in diesem Zusammenhang keine grundsätzlichen Aussagen über die Physik der transienten Wellen und können deshalb nur als beschreibende Parameter angesehen werden. *Kjeldsen* regt an, diese Asymmetrieeigenschaften als Indikatoren von brechenden Freak Waves zu verwenden, und führt den Wert $\varepsilon_t = \varepsilon_x = 0,20$ als Grenzwert für die Instabilität transienter Wellengruppen ein.

Den entscheidenden Punkt einer statistischen Betrachtung stellt die Gültigkeit der Rayleigh Verteilung für Extremereignisse in Frage. Vielfach wird darauf aufmerksam gemacht, daß für Wellenhöhen, die größer als die doppelte signifikante Wellenhöhe sind, die statistische Funktion nicht mehr geeignet ist, adäquate Größen vorherzusagen. Hier wirken insbesondere nichtlineare Prozesse, die während der Überlagerung zustandekommen. In

diesem Zusammenhang ist ausdrücklich darauf hinzuweisen, daß die Rayleigh Verteilung auf der Annahme basiert, lineare Einzelwellen zu superpositionieren und nur für schmale Frequenzspektren gültig ist [Dean & Dalrymple, 1984]. Nicht-lineare Interaktionsprozesse, die in einer Wellengruppe aber definitiv auftreten, bewirken auf jeden Fall eine Zunahme der Wellenhöhen, und können somit nicht in diesem linearen Ansatz berücksichtigt werden. Als logische Konsequenz muß es Einschränkungen hinsichtlich der Einsetzbarkeit bzw. Vorhersagbarkeit von Extremereignissen geben.

3 Bisherige Forschungsarbeiten

3.1 Allgemeines

Die Beispiele der ersten beiden Kapitel zeigen eindeutig die Notwendigkeit auf, weshalb verstärkter Forschungsbedarf zur Thematik der Freak Waves erforderlich ist. Gerade deshalb sind augenblicklich zahlreiche Küsteningenieure und Ozeanographen, Physiker und Mathematiker an universitären Forschungseinrichtungen intensiv damit beschäftigt, der Phänomenologie der Freak Waves auf den Grund zu gehen. Gleichzeitig beschäftigen sich auch Forschungs- und Entwicklungsabteilungen privater Unternehmen (z. B. Ölgesellschaften) mit diesem Vorhaben, um neue Bemessungsregeln für den praxisnahen Einsatz zu entwickeln, um ein sicheres und ökonomisches Design von Offshore Bauwerken gewährleisten zu können.

Neben umfangreichen Naturmessungen und statistischen Aufbereitungen, besteht das zunehmende Interesse an mathematischen Definitionen, um den physikalischen Hintergrund exakter zu beleuchten, und im speziellen darauf einzugehen, warum Freak Waves extremere Wellenhöhen aufweisen als mit statistischen Verteilungen abgeschätzt werden können, und die bislang als äußerst zuverlässig angesehen werden konnten. Die bereits angesprochenen nichtlinearen Interaktionsprozesse innerhalb der Freak Wave spielen sicherlich den bedeutendsten Faktor in dieser Untersuchung, so daß in dieser Arbeit auch verstärkt auf diesen Punkt eingegangen wird. Auch wird in einigen wissenschaftlichen Veröffentlichungen von brechenden Freak Waves berichtet. Abschnitt 3.2.2 zeigt diesbezüglich den derzeitigen Wissensstand auf.

3.2 Stand der Forschung

3.2.1 Theoretische Beschreibungen von Freak Waves

Für eine geraume Zeit wurde der grundlegende Mechanismus einer Freak Wave absolut mißverstanden. Zahlreiche mathematische Definitionen behandeln Freak Waves als eine stationäre Erscheinung (monochromatisch). Andere Ansätze vernachlässigen die Nichtlinearität, indem Sinuswellen überlagert werden und die so berechnete Welle im Vergleich zu real existierenden Freak Waves in ihrer Dimension (z.B. Amplitude des Wellenberg) völlig unterschätzt werden.

Bei der Vorgehensweise des ersten Punktes wird einer Welle eine charakteristische Wellenhöhe H und eine Periode T zugeordnet, um im folgenden als eine monochromatische Welle behandelt zu werden, deren Form sich längs ihrer Ausbreitungsrichtung nicht ändert. Im Übergangs- bzw. Tiefwasserbereich können Berechnungen mit der Theorie fünfter Ordnung [Fenton, 1985] angestellt werden. Diese Methodik liefert eine Serie an Lösungen, die prinzipiell auf der Wellensteilheit $\varepsilon = H/2 \cdot k$ gründen (siehe Anhang A). Für sehr steile Wellen nahe des Brechkriteriums $\varepsilon = 0,44$ existieren sogar numerische Expansionsmethoden, um höhere nichtlineare Berechnungen anzustellen [Schwartz, 1974]. Alternativ werden Berechnungen mit der ebenfalls stationären *streamfunction wavetheory* [Dean, 1965] angestellt, die zwar den entscheidenden Vorteil besitzt prinzipiell für alle Wassertiefen zu gelten und Lösungen nach beliebiger Ordnung liefern kann. Darüber hinaus ist man mit diesem Ansatz befähigt, Naturmessungen „nachzusimulieren“, indem durch ein Fehlerquadratverfahren die offenen Parameter der Funktion den vorhandenen Meßdaten angepaßt werden. Der Vorteil dieser numerischen Anpassung gegenüber einer Berechnung nach der Stokes'schen Theorie liegt

eindeutig darin, daß man von vorneherein keine Wellenhöhe bzw. Periode der Freak Wave festlegen muß. Trotz dieser Unterschiede werden beide Anwendungsverfahren heute hauptsächlich für praxisorientiertes Design von Offshore-Plattformen oder auch Küstenschutzbauwerke verwendet - zwingen aber einer transienten Welle eine grundsätzlich inkorrekte, stationäre Struktur auf!

Im Gegensatz dazu bildet ein Ansatz eines aus linearen Einzelwellen zusammengesetzten Wellenspektrums den transienten Charakter einer Freak Wave richtig nach - mißachtet dabei aber die Nichtlinearität (siehe Anhang A). Lösungen dieser Art basieren auf der Annahme, daß eine gemessene Oberflächenauslenkung $\eta(x,t)$ mittels einer Fourieranalyse in ein Wellenspektrum zerlegt wird, welches sich theoretisch aus einer infiniten Anzahl sinusförmiger Einzelwellen zusammensetzt. In einem weiteren Schritt wird jeder dieser linearen Komponenten des Spektrums ein individuelles dispersives Ausbreitungsverhalten zugeordnet und eine Wellenhöhenberechnung gemacht, wenn alle Einzelwellen zu einem Zeitpunkt und an einem Ort phasengleich überlagert werden. Somit scheint man in der Lage eine Bemessungswellenhöhe zu simulieren. Außerdem werden die resultierenden Orbitalgeschwindigkeiten einer Freak Wave im Vergleich zu Naturmessungen mit diesem Ansatz völlig überschätzt. Sobey [1990] nennt diesen Fehler *high frequency contamination* und begründet diese Aussage damit, daß nicht jede linear angenommene Komponente im Spektrum eine individuelle oszillierende Bewegung um den Ruhewasserspiegel ausführt. Um diesen Effekt auszuschalten, sind zahlreiche sogenannte Stretching-Verfahren für irreguläre Wellen eingeführt worden [Wheeler, 1970]. Rozario et al. [1993] benutzen in ihrer *New Wave theory* exakt diesen linearen Ansatz, fügen allerdings einen empirischen Korrekturfaktor basierend auf der gemessenen signifikanten Wellenhöhe H_s und dem lokal vorherrschenden Wellenspektrum $S(f)$ ein. Trotzdem können diese linearen Modelle ordentliche Ergebnisse liefern, wie Rozario et al. in ihrer Veröffentlichung präsentieren, müssen sich in der Anwendung allerdings auf relativ geringe Wellenhöhen beschränken.

Ein an der TU Berlin entwickeltes Verfahren beschreibt die Simulation von Gaußschen Wellenpaketen in labortechnischen Einrichtungen [Bade, 1980], [Graw, 1982]. In einem weiteren Schritt werden die Wellenpakete bei der Entwicklung von schiffs- und meerestechnischen Konstruktionen zur Analyse der Bewegungen und Beanspruchungen eingesetzt [Bergmann, 1985], [Clauss, 1990]. Zur Beschreibung dieser transienten Wellengruppen wird die lineare Theorie verwendet. Dabei folgt das Amplitudenspektrum einer Gaußverteilung. Durch Variation der charakteristischen Merkmale der Gaußverteilung (z.B. Standardabweichung, etc.) können gezielt Wellengruppen erzeugt werden, deren Oberflächenauslenkung und spektralen Eigenschaften den notwendigen Erfordernissen entsprechen. Bemerkenswert ist es, daß diese Anwendung basierend auf der linearen Theorie für schmale Frequenzspektren im Tiefwasserbereich ganz hervorragende Ergebnisse liefert. Gleichzeitig wird aber auf Nichtlinearitäten aufmerksam gemacht, die bei zu großen Amplituden bzw. breiteren Spektren erkennbar werden. Ebenso wird das Brechen gewisser transienter Wellengruppen erwähnt, wenn in dem generierten Gaußpaket niederfrequente Komponenten dominieren. Bergmann umschreibt die dabei gemachten Beobachtungen z.B. bei Verwendung einer zu großen Standardabweichung des Wellenpakets als die "Entartung" einer transienten Welle.

Die Erklärung für diese Beobachtungen liegt in der Tatsache der unzureichenden Berechnung mit der linearen Theorie. Die theoretischen Modelle enthalten nicht die gebundenen höheren harmonischen Frequenzen, die auch nach den Stokes Theorien höherer Ordnung berechnet werden können. Einen weitaus größeren Stellenwert nehmen aber die freien Interaktionsfrequenzen in irregulären Wellen ein, die bei der Überlagerung

von Wellen zwangsläufig entstehen. Longuet - Higgins & Stewart [1960] weisen erstmals auf diese zusätzlichen Wellen hin und präsentieren eine Theorie zweiter Ordnung für irreguläre Wellengruppen (siehe Anhang A). Dean [1990] nimmt an, daß diese Interaktionsfrequenzen (*wave-wave Interaction frequencies*) die maßgebende Ursache für Freak Waves sind. Auch Baldock & Swan [1996] machen diese Interaktionswellen für die nichtlineare Charakteristik einer Freak Wave verantwortlich und stellen durch Experimente heraus, daß die gemessenen Wellenberge durchschnittlich 20 bis 30% größer und die benachbarten Wellentäler von Freak Waves flacher und weniger tief sind, als mit superpositionierten linearen Einzelwellen berechnet werden kann. Sand & Mansard [1986] wenden diese Theorie ebenfalls an, beziehen sich aber hauptsächlich auf die Ansteuerungsmechanismen von Wellenmaschinen (*Second order wavetheory*). Außerdem stellen sie die Notwendigkeit dieser Anwendung bei der statistischen Betrachtung von Seegang in den Vordergrund. Mansard & Klinting [1986] weisen gleichermaßen auf nichtlineare Interaktionserscheinungen innerhalb von irregulären Wellengruppen hin. In diesem Zusammenhang führen sie die Begriffsdefinitionen der "freien" sub- und superharmonischen Frequenzen ein und dürfen in diesem Kontext als "frei" bzw. dispersiv nicht mißverstanden werden, da die Interaktionsfrequenzen als Konsequenz der Überlagerung der fundamentalen Frequenzen entstehen und sich mit deren Gruppengeschwindigkeit ausbreiten. Darüber hinaus beschreiben Mansard & Pratte [1983] das teilweise resonante Bewegungsverhalten von Schiffen in irregulären Wellengruppen aufgrund der subharmonischen Interaktionsfrequenzen. Schäffer [1996] behandelt ebenfalls diese Thematik und beschreibt mit einem leicht modifizierten Gleichungssystem den außerordentlichen Stellenwert dieser Theorie und entwickelt diesbezüglich eine einwandfreie Ansteuerungsfunktion für Wellenmaschinen, um natürliche Seegangsbedingungen unter labortechnischen Bedingungen nachzuahmen.

In letzter Zeit sind weitere Modelle hinsichtlich der theoretischen Beschreibung von Freak Waves entwickelt worden. Zhang *et al.* [1996] präsentieren ein neuartiges *hybrides* Verfahren zur Modellierung von irregulären Wellen und insbesondere von Freak Waves. Grundsätzlich wenden sie die von Longuet - Higgins & Stewart aufgestellte Beziehung an und implementieren darüber hinaus einen numerischen Algorithmus, der das Wellenspektrum in frequenzabhängige Bereiche klassifiziert. Nur zwischen diesen willkürlich getrennten Gruppen wird eine Interaktionsberechnung zugelassen. Zhang *et al.* weisen ausdrücklich auf die entscheidende Überlegenheit dieses Modells gegenüber der linearen Superposition hin, aber liefern auch verbesserte Ergebnisse im Vergleich zur ausschließlichen Anwendung der Theorie zweiter Ordnung für irreguläre Wellengruppen.

Die erst kürzlich veröffentlichte Arbeit von Johannessen & Swan [1998] geht noch einen Schritt weiter. Sie verwenden eine von Fenton & Rienecker [1980] ursprünglich - auf der Fourieranalyse basierende - entwickelte Wellentheorie und modifizieren diese für den Gebrauch von irregulären transienten Wellengruppen. Diese hochgradig nichtlinearen numerischen Berechnungen führen zu „außerordentlich“ guten Ergebnissen und können Labormessungen von Freak Waves nahezu exakt beschreiben. Es scheint jedoch bei dieser Methode die Transparenz der Berechnung nicht erhalten zu bleiben, da ein numerischer Algorithmus ähnlich dem des Fehlerquadratverfahren verwendet wird, der auf einer gegebenen Oberflächenauslenkung zu einem beliebigen Zeitpunkt basiert und die offenen Parameter der Ansatzfunktion so lange verfeinert bis der dabei entstehende Fehler minimiert ist.

3.2.2 Brechende Freak Waves

Kjeldsen [1997] macht anhand durchgeführter Experimente auf das Phänomen einer brechenden Freak Wave aufmerksam. Die maximale Wellensteilheit $s = 0,141$ (bzw. $H^*k/2 = 0,44$) ist als einschlägiges Brechkriterium für monochromatische Wellen bekannt [*Miche, 1957*]. Für verschiedene Wellenspektren und Wellenhöhen wird beobachtet, daß im Bereich $0,050 < s < 0,141$ gleichsam brechende und nichtbrechende Freak Waves existieren. Er fügt an, daß dieses Kriterium für multichromatische Wellengruppen nur eingeschränkt verwertbare Ergebnisse liefern kann. Eine transiente Welle weist keine stationäre Wellenlänge auf und er setzt deshalb für die Bestimmung dieses Parameters eine Wellenlänge der Freak Wave voraus, die er mit der Theorie fünfter Ordnung für monochromatische Wellen bestimmt. Ob diese Vorgehensweise gerechtfertigt ist, bleibt fraglich. Außerdem folgert er anhand von Naturmessungen, daß ein bestimmtes geometrisches Verhältnis der Wellensteilheit an der Frontseite der Welle ε_t bzw. ε_x (*Crest Front Steepness*) nicht größer als 0,20 werden kann und bei Überschreitung ein sogenanntes *spilling breaking* der Freak Wave verursacht.

Kriebel & Dawson [1994] untersuchen das zeitliche und räumliche Ausbreitungsverhalten von transienten Wellengruppen und beobachten ebenfalls das Phänomen der brechenden Freak Waves und machen auf die Energiedissipation nach dem Vorgang des Brechens aufmerksam, liefern aber in diesem Zusammenhang keine expliziten Erklärungsansätze.

Kway et al. [1998] führen ebenso Experimente zum Brechungsverhalten irregulärer Wellen im Tiefwasserbereich durch. Hierzu verwenden sie verschiedene Spektren, in denen entweder jede Komponente eine konstante Steilheit oder eine konstante Amplitude aufweisen. Darüber hinaus werden Spektren nach der Pierson-Moskowitz Verteilung generiert. Von besonderem Interesse ist die Energiedissipation, die während des Prozesses umgesetzt wird. Die Experimente stellen heraus, daß sowohl *plunging* als auch *spilling breaking* Freak Waves beobachtet werden, mit einer ungefähren Energiedissipation von 30 % im ersten und 10 % im zweiten Fall. *Kway et al.* deuten an, daß die Steilheit der transienten Wellen nicht als hinreichendes Kriterium für den Brechvorgang verantwortlich gemacht werden kann. Vielmehr scheint die Bandbreite des Spektrums eine dominierende Rolle zu spielen.

4 Versuchsanlage und Versuchsprogramm

4.1 Allgemeines

4.1.1 Wellenrinne und Wellenmaschine

Der prinzipielle Aufbau der Wellenrinne sowie die Funktionsweise der Wellenmaschine des Instituts für Grundbau, Abfall- und Wasserwesen wird von *Graw [1994]* und *Becker et al. [1996]* eingehend beschrieben und soll hier nur kurz vorgestellt werden.

Die aus Acrylglasplatten bestehende Wellenrinne ist 24,0 m lang, 0,30 m breit und 0,50 m hoch. Die zur Verfügung stehende Untersuchungsstrecke wird durch die Wellenmaschine an einem Ende der Rinne und eine parabolisch geformte Böschung aus Acrylglas zur Minimierung der Reflexionen auf ca. 20 m reduziert. Die Wassertiefe kann zwischen $d = 0,20$ m und $d = 0,40$ m variiert werden, beträgt im Normalfall und für die in dieser Arbeit ausgeführten Experimente $d = 0,30$ m. Die Abbildungen 4.1 stellt die Wellenrinne dar.

Die Wellenmaschine des Instituts wird durch zwei Linearmotoren betrieben und zeichnet sich durch die spezielle Eigenschaft aus, daß neben der Ansteuerung des Wellenblattes im Piston- und Flap-Modus auch beliebige Kombinationen aus beiden Modi erzeugt werden können (siehe Anhang B). Die Abbildung 4.2 zeigt die Wellenmaschine im Labor Hofaue.



Abb. 4.1: Wellenrinne

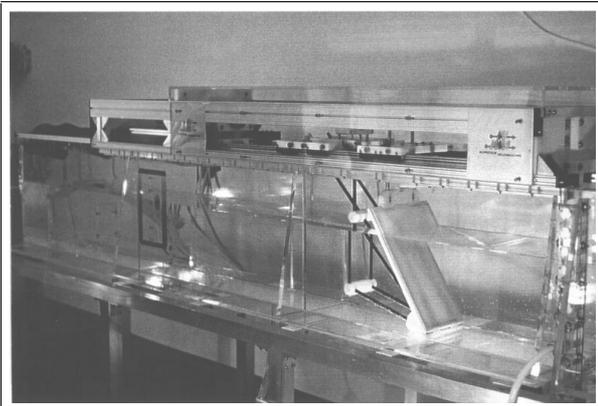


Abb. 4.2: Wellenmaschine

4.1.2 Wellenpegel

Um die Oberflächenauslenkung einer fortschreitenden Welle zeitlich zu erfassen, werden konventionelle Wellenpegel eingesetzt, die aus zwei parallel zueinander geführten, dreißig Zentimeter langen Metallstäben bestehen, zwischen denen der elektrische Widerstand gemessen wird. Eine vor jeder Versuchsreihe durchgeführte Kalibrierung liefert in Kombination mit der 12-Bit Digitalisierungskarte eine theoretische Meßgenauigkeit $\Delta s \approx 0.005$ cm (± 10 cm = 4096 digits) und weist gleichzeitig eine nahezu lineare Korrelation zwischen Ausgangssignal und Wasserstand auf. Um eventuelle Abweichungen aus Temperaturänderung oder Leitfähigkeitsdifferenzen (z.B. Salze) auszuschließen, ist der Wellenpegel mit einem zusätzlichen Referenzpegel ausgestattet, der diese Effekte berücksichtigt und direkt kompensiert. Die analogen Meßdaten des Wellenpegels werden mit einer konstanten Abtastrate von 50 Hz digitalisiert.

4.1.3 Wellengenerierung für monochromatische Wellen

Die Wellengenerierung in der Rinne basiert auf der Methode, daß ein senkrecht zur Wasseroberfläche eingetauchtes Wellenblatt harmonisch mit einer Frequenz f angeregt wird. Die Erregerfrequenz f und die Auslenkung S des Blattes übertragen sich dabei auf das Medium Wasser, so daß sich eine fortschreitende Schwerewelle mit derselben Frequenz f , aber nicht zwangsweise derselben Amplitude S , im Wasser ausbreitet. Vorab muß also eine Übertragungsfunktion der Beziehung zwischen Soll- und Istwellenhöhe aufgestellt werden – die Vorgehensweise hierzu ist detailliert in Anhang B erläutert.

Es wird in diesem Zusammenhang betont, daß die Ansteuerung der Wellenmaschine grundsätzlich mit der linearen Theorie erfolgt, wobei zur Vermeidung parasitärer freier Wellen ein Steuersignal zweiter Ordnung hinzugefügt wird (Anhang B). Das Ausbreitungsverhalten einer Welle kann nach einer Distanz von ca. 3 bis 5 m vom Wellenblatt als "natürlich" angesehen werden [Kaldenhoff, Graw, Schlurmann, 1998]. Dieses Faktum soll darauf hinweisen, daß nach einer definierten Entfernung die linear generierte Welle aufgrund ihres dispersiven Ausbreitungsverhaltens eine individuelle Oberflächenkontur, respektive auch ein individuelles kinematisches Verhalten, angenommen hat (Anhang A) und definitiv als nichtlineare Welle behandelt werden muß. Die Abbildungen 4.3 und 4.4 bestätigen diese Aussage anhand einer Messung der Wasseroberflächenauslenkung $\eta(t)$ in $x = 7\text{ m}$ Entfernung vom Wellenblatt bzw. der zugehörigen Verteilung der Energiedichte für eine exemplarisch ausgewählte monochromatische Welle mit der Frequenz $f = 0,7\text{ Hz}$ und der Wellenhöhe $H_{1st} = 6,1\text{ cm}$ in einer Wassertiefe $d = 0,30\text{ m}$. Augenfällig ist, daß im Vergleich die Amplituden der Wellenberge größer und spitzer und die Wellentäler kleiner und flacher sind. Bestätigt wird dieser visuelle Eindruck durch die in Abbildung 4.4 dargestellte normierte und logarithmisch aufgetragene spektrale Verteilung der Energiedichte $S(f)^* = S(f)/\max(S(f))$, die die fundamentale Frequenz $f = 0,7\text{ Hz}$ und deren gebundene superharmonische Frequenzen $n \cdot f$ mit $2 \leq n \leq 5$ explizit aufzeigt. Der stetig abnehmende Energieanteil mit steigender gebundener Superharmonischen im Verhältnis zur Fundamentalen ist symptomatisch für eine monochromatische Welle. Gleichzeitig muß auf die Ergebnisse der Fourieranalyse in Abbildung 4.4 hingewiesen werden, welche auf den ersten Blick "unsauber" erscheinen. Dieser Sachverhalt wird umfassend in Anhang D aufgeklärt.

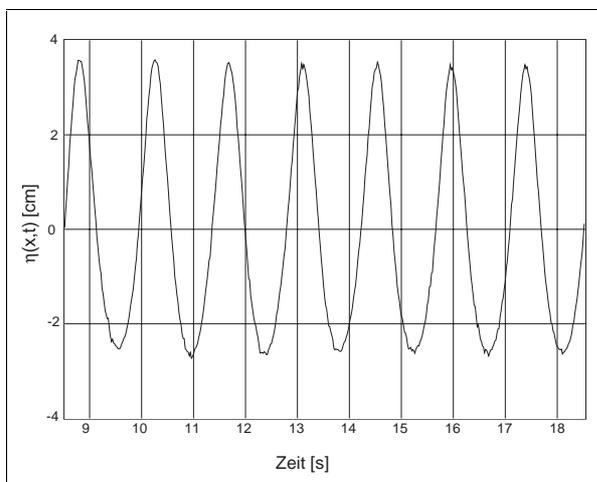


Abb. 4.3: Oberflächenkontur $\eta(t)$ ($x = 7\text{ m}$)

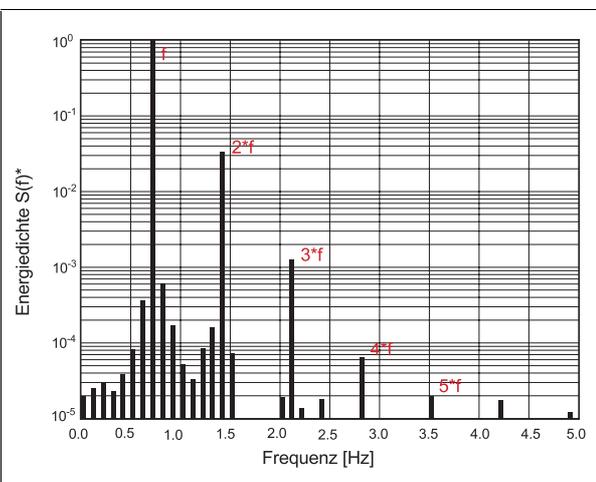


Abb. 4.4: Verteilung der Energiedichte $S(f)^*$

Widerspruchlos kann diese monochromatische Welle mit der im Anhang A vorgestellten Theorie fünfter Ordnung [Fenton, 1985] berechnet werden.

4.1.4 Labortechnisch bedingte Vereinfachungen zur Simulation von Freak Waves

In Abschnitt 2.3.2 wurden bereits die verschiedenen Entstehungsmechanismen von Freak Waves angesprochen. Eine labortechnische Reproduktion bedingt natürlich einige Vereinfachungen, die infolge "unabänderlicher" Randbedingungen im folgenden dargelegt werden sollen.

Einerseits können die in der Natur existierenden Wellenfelder in einer Wellenrinne im allgemeinen nicht durch Wind erzeugt werden, obgleich in vereinzelt Forschungseinrichtungen sogenannte Windwellenkanäle existieren. Gemeinhin verwendet man hydraulisch angetriebene Wellenmaschinen, die unter der Voraussetzung einer adäquaten Ansteuerung gleichartige Wellenverhältnisse simulieren können.

Des Weiteren können in einer Wellenrinne konsequenterweise nur zweidimensionale Wellenfelder erzeugt werden. Der Zusammenhang der Erzeugung von Freak Waves, infolge aus unterschiedlichen Richtungen propagierenden Wellenfeldern kann somit nicht simuliert werden. Für diese Verhältnisse müssen Untersuchungen in einem Wellenbecken vorgenommen werden. Ein weiterer Aspekt, der für die Entstehung von Freak Waves in der Natur in Betracht kommt, ist die Tatsache, daß eine entgegen dem Wellenfeld wirkende Strömung eine Verringerung der Wellenlänge mit sich bringt und eine Zunahme der Wellenhöhe zur Folge hat. Diesem Punkt kann im Labor insofern nur schwer nachgegangen werden, da es einer extrem aufwendigen Apparatur zur Erzeugung einer entgegengerichteten stationären, gleichförmigen Strömung bedarf.

Ferner wird in Abschnitt 2.2.3 ausgeführt, daß ein natürlicher Seegang ein spezifisches frequenzbehaftetes Wellenspektrum aufweist und nach verschiedenen semiempirischen Methoden simuliert werden kann. Von der Generierung eines natürlichen Spektrums wird in der vorliegenden Arbeit insofern Abstand genommen, da primär die Interaktionsprozesse zwischen den einzelnen Komponenten im Vordergrund stehen und somit Wellenspektren über variierende Bandbreiten mit Amplituden derselben Größenordnung erzeugt werden. Ebenfalls kann eine infinite Anzahl an Komponenten labortechnisch nicht simuliert werden, und wird in dieser Beziehung in Spektren mit 2, 5, 29, 50 und 100 Komponenten diskretisiert. Darüber hinaus ist die Erzeugung seegangsähnlicher nichtlinearer Spektren mit weiterreichenden Schwierigkeiten behaftet, wie Koola [1998] und Dose, Kaldenhoff, Schlurmann [1999] in bezug zu JONSWAP Spektren berichten.

4.1.5 Wellengenerierung für bi- und multichromatische Wellengruppen

Eine bi- bzw. multichromatische Wellengruppe ist als räumliche und zeitliche Überlagerung aus zwei bzw. mehreren in dieselbe Richtung fortschreitenden Wellen mit N unterschiedlichen Frequenzen f_1 bis f_N mit $2 \leq i \leq N$ definiert, wobei N die Anzahl der Komponenten im Spektrum ausdrückt. Das Generierungsspektrum der Wellenmaschine ist insofern als linear zu bezeichnen, da erstens zwischen den Komponenten ein konstanter Frequenzabstand Δf vorliegt, zweitens jeder Komponente dieselbe Amplitude zugeteilt wird und drittens jede Komponente nach der individuellen Dispersionsrelation unabhängig

gelöst wird. Die resultierende linear überlagerte Welle weist zweifellos einen transienten Charakter auf. Um eine Freak Wave an einem bestimmten Ort und zu einem bestimmten Zeitpunkt in der Wellenrinne zu erzeugen, muß jede Komponente des Spektrums auf diesen Punkt fokussiert werden, wie Gleichung 4.1 zeigt:

$$\eta(X_{Fokus}, t) = \sum_{i=1}^N \frac{H_i}{2} \cos(k_i X_{Fokus} - \omega_i t_{Fokus} + \varepsilon_i) \quad (\text{Gl. 4.1})$$

Wobei H_i , k_i , ω_i und ε_i die Wellenhöhe, Wellenzahl, Kreisfrequenz und Phasenwinkel der i -ten Komponente sind. Vorausgesetzt, daß sich alle Komponente an einem Ort und zu einem Zeitpunkt phasengleich überlagern, wird das Argument der Cosinus Funktion gleich Null gesetzt. Anschließend wird dieses Signal zur Wellenmaschine in der Entfernung X_{Fokus} und zum Zeitpunkt T_{Fokus} rücktransformiert, so daß sich ein lineares Ansteuerungssignal für die Wellenmaschine unter Lösung der Gleichung 4.2 ergibt:

$$\varepsilon_i = -k_i X_{Fokus} + \omega_i T_{Fokus} \quad (\text{Gl. 4.2})$$

Außerdem wird zu diesem Steuersignal ein zur jeweiligen Komponente zugehöriges Korrektursignal zweiter Ordnung addiert, um die bereits angesprochenen parasitären Wellen in der Rinne zu eliminieren (Anhang B).

Besonders hervorzuheben ist, daß sich trotz der linearen Ansteuerung des Wellenblatts keinesfalls ein lineares Spektrum in der Wellenrinne entwickelt. Jede Komponente generiert eigene gebundene superharmonische Frequenzen, ähnlich wie für die zuvor in Abschnitt 4.1.3 erwähnten monochromatischen Wellen. Darüber hinaus finden zwischen den Komponenten nichtlineare Interaktionsprozesse statt. Insgesamt entspricht dies einem natürlichen Verhalten von Wellengruppen.

Bei der Versuchsdurchführung konnte ein weiteres interessantes Phänomen beobachtet werden. Aufgrund der Nichtlinearität der sich ausbreitenden Wellengruppen stellt sich der gemessene Fokussierungspunkt für einzelne Spektren räumlich hinter dem linear berechneten Fokussierungspunkt ein. Diesen Effekt haben *Baldock & Swan [1996]* sowie *Longuett-Higgins & Stewart [1960]* ebenfalls beobachten können. Er wird als sogenannter *downstream shifting* Effekt bezeichnet. Die Abbildung 4.5 beschreibt dieses Phänomen und stellt gleichzeitig den Versuchsaufbau zur Durchführung der Experimente vor. Das hier verwendete Verfahren zur Generierung von Freak Waves wird von *Baldock & Swan [1996]* sowie von *Kway et al. [1998]* ebenfalls benutzt und generell empfohlen.

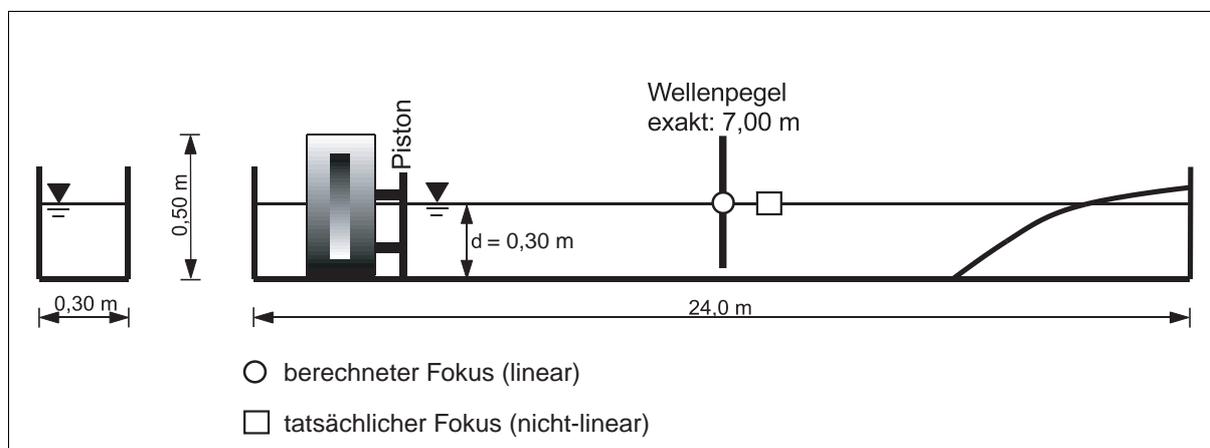


Abb. 4.5: Versuchsaufbau und Prinzip des "downstream shifting" Effektes

4.2 Versuchsprogramm

4.2.1 Allgemeines

Die in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Experimente zu multichromatischen Wellengruppen orientieren sich grob an den von *Baldock & Swan* [1996] durchgeführten Studien. In der vorliegenden Arbeit werden zwei gewählte Wellenspektren jeweils mit einer unterschiedlichen Anzahl an Komponenten reproduziert. Tabelle 4.1 verschafft einen Überblick über diese Spektren, die im folgenden Spektrum C bzw. D betitelt werden. *Baldock & Swan* führen in diesem Bezug Experimente nur mit einer konstanten Komponentenanzahl $N = 29$ aus.

Wellengruppe	Periodenspektrum	Frequenzspektrum	Bemerkung
	[s]	[Hz]	
<i>I</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
C	$0,8 \leq T \leq 1,2$	$0,833 \leq f \leq 1,250$	"schmales Spektrum"
D	$0,6 \leq T \leq 1,4$	$0,714 \leq f \leq 1,666$	"breites Spektrum"

Tab. 4.1: Bezeichnung der Wellengruppen C und D (nach *Baldock & Swan* [1996])

Die Wellengruppe C wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit als "schmales Spektrum" definiert, da die erste gebundene superharmonische Komponente ($f = 1,666 \text{ Hz}$) der unteren fundamentalen Frequenz $f_{\text{Unten}} = 0,833 \text{ Hz}$ größer ist als die obere fundamentale Frequenz $f_{\text{Oben}} = 1,250 \text{ Hz}$. Wellengruppe D erfüllt diese Bedingung nicht und wird deshalb als "breites Spektrum" definiert, da die erste gebundene superharmonische Komponente ($f = 1,428 \text{ Hz}$) der unteren fundamentalen Frequenz $f_{\text{Unten}} = 0,714 \text{ Hz}$ kleiner ist als die obere fundamentale Frequenz $f_{\text{Oben}} = 1,666 \text{ Hz}$.

Im Vorfeld der Untersuchungen zur Generierung von Freak Waves wird das grundsätzliche räumliche und zeitliche Ausbreitungsverhalten von bichromatischen Wellen für variierende Frequenzpaare analysiert. Anschließend werden die Untersuchungen auf multichromatische Wellenspektren mit fünf Komponenten erweitert und darauffolgend werden multichromatische Wellenspektren mit $N = 29$ Komponenten vorgestellt. Darüber hinaus werden zusätzlich Spektren beschrieben, die eine noch größere Komponentenanzahl, nämlich $N = 50$ bzw. $N = 100$, aufweisen. Das räumliche und zeitliche Ausbreitungsverhalten von bi- und multichromatischen Wellengruppen wird dabei insofern untersucht, indem der Wellenpegel immer an derselben Stelle verbleibt und der Fokussierungspunkt der Wellengruppe kontinuierlich verändert wird. Diese Art Untersuchung bedingt, daß die Reproduzierbarkeit der Freak Waves durchweg gewährleistet ist – die Wellenmaschine also immer dieselbe transiente Welle generiert. Voruntersuchungen zu dieser Thematik sind in Anhang C durchgeführt worden und ergaben, daß nur marginale Abweichungen zwischen identisch generierten Wellengruppen bestehen. Es wird aber ausdrücklich darauf hingewiesen, daß die Komponentenanzahlen N der verschiedenen Spektren nur qualitativ zu bewerten sind, um einen generellen Überblick über die physikalischen Vorgänge in multichromatischen Wellengruppen und im speziellen über Freak Waves zu bekommen.

4.2.2 Bichromatische Wellen

Es werden insgesamt vier verschiedene Frequenzpaare A, B, C und D untersucht. Tabelle 4.2 verschafft einen Überblick über die durchgeführten Experimente, sowie über die notwendigen Parameter, die bei einer theoretischen Betrachtung notwendig sind. Die Spalten 1 und 2 in Tabelle 4.2 zeigen das jeweilige Frequenzpaar an, Spalten 3 und 4 symbolisieren die einzelnen Sollwellenhöhen der Komponenten. Für die bichromatischen Wellen werden Gesamtwellenhöhen $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$ erwartet. Die Spalten 5 und 6 verweisen auf die Istwellenhöhen der Komponenten, die mit der in den Voruntersuchungen ermittelten Übertragungsfunktion berechnet werden (Anhang B). Diese Istwellenhöhen symbolisieren die Summation aus den Wellenhöhen der fundamentalen Frequenz und den gebundenen harmonischen Oberfrequenzen. Als Eingangsparameter für eine theoretische Beschreibung der bichromatischen Wellengruppen sind aber nur die fundamentalen Amplituden notwendig, so daß eine differenzierte Betrachtung vorgenommen werden muß. Die Spalten 7 und 8 enthalten deshalb die Wellenhöhen der fundamentalen Frequenzen, die mit einer Fourieranalyse für monochromatische Wellen dieser Größenordnung ermittelt wurden. In den Spalten 9 und 10 sind die gebundenen harmonischen Oberfrequenzen zweiter Ordnung aufgelistet. Die sich bei der Addition der Spalten 7 und 9 bzw. 8 und 10 ergebenden Differenzen zu den Spalten 4 und 5 resultieren aus den in dieser Tabelle nicht explizit angegebenen nichtlinearen gebundenen Frequenzen höherer Ordnung.

	f_1	f_2	$H_{Soll, f1}$	$H_{Soll, f2}$	$H_{Ist, f1}$	$H_{Ist, f2}$	H_{f1}	H_{f2}	H_{2*f1}	H_{2*f2}
	[Hz]	[Hz]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A₂	0,950	1,050	4,000	4,000	3,729	3,627	3,380	3,366	0,238	0,208
B₂	0,900	1,100	4,000	4,000	3,786	3,582	3,460	3,332	0,254	0,251
C₂	0,833	1,250	4,000	4,000	3,868	3,466	3,530	3,144	0,312	0,245
D₂	0,714	1,666	4,000	4,000	4,041	3,279	3,518	3,116	0,492	0,101

Tab. 4.2: Bezeichnungen der bichromatischen Wellengruppen

4.2.3 Multichromatische Wellen

Für multichromatische Wellen werden die Gruppen C und D mit variierender Komponentenanzahl und zwei Gesamtwellenhöhen $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$ und $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$ generiert und stellen in diesem Zusammenhang ausschließlich theoretische Werte zur Kategorisierung der erzeugten Wellengruppe dar. Durch Division mit der Komponentenanzahl N im Spektrum wird jeder fundamentalen Frequenz dieselbe Wellenhöhe H_{Soll}/N zugeteilt. Im Fokussierungspunkt überlagern sich alle Komponenten phasengleich und die Amplituden $H_{Soll}/(2*N)$ dieser Komponenten werden addiert und bilden eine maximale Auslenkung der Wasseroberfläche, die theoretisch $H_{Soll}/2$ betragen kann. Eine auf diese Art im Labor generierte Freak Wave wird aber niemals die Gesamtwellenhöhe H_{Soll} aufweisen, da sie ein transientes Verhalten ausmacht und das vor- bzw. nachlaufende Wellental aufgrund der sich nicht in Phase befindenden Komponenten nicht dieselbe Amplitude wie der Wellenberg aufzeigen wird. Der im weiteren Verlauf dieser Arbeit wiederkehrende Begriff der Sollwellenhöhe bezieht sich also nicht auf die

Sollwellenhöhe der jeweiligen Freak Wave, sondern auf die (theoretische) Summation der Amplituden der Einzelkomponenten. Zunächst werden Wellengruppen mit fünf Komponenten erzeugt. Tabelle 4.3 gibt einen Überblick über diese Versuchskonstellationen. Die Spalten 1 und 2 zeigen die Frequenzkomponenten auf. Die Spalten 3, 4, 5 und 6 bzw. 7, 8, 9 und 10 repräsentieren die Wellenhöhenkategorien. Für beide Gruppen wird ein konstanter Frequenzabstand Δf gewählt. Ebenso weisen die Komponenten dieselben Sollwellenhöhen auf (Spalten 3 und 7). Die Übertragungsfunktion aus Anhang B bestimmt theoretisch die Istwellenhöhen (Spalten 4 und 8). Gleichsam wie für die bichromatischen Wellen resultiert diese Istwellenhöhe aus der jeweiligen Addition der fundamentalen und den nichtlinearen gebundenen Superharmonischen. Deshalb wurde im Vorfeld wiederum eine Fourieranalyse bezüglich der Aufteilung der Energie monochromatischer Wellen gleicher Größenordnung angestellt. Die fundamentalen Wellenhöhen sind in den Spalten 5 bzw. 9 und die ersten Superharmonischen sind in den Spalten 6 bzw. 10 dargestellt. Als Eingangsparameter für eine theoretische Beschreibung der multichromatischen Wellengruppen mit fünf Komponenten müssen die fundamentalen Amplituden aus den Spalten 5 bzw. 9 benutzt werden. Auffällig ist es, daß die Istwellenhöhen aus den Spalten 4 bzw. 8 nur noch marginal von den Wellenhöhen der fundamentalen Frequenzen aus den Spalten 5 bzw. 9 abweichen. Für die multichromatischen Wellengruppen mit 29, 50 bzw. 100 Komponenten wird diese Betrachtung nicht mehr durchgeführt werden können, da einerseits die Generierung von monochromatischen Wellen mit Höhen kleiner zwei Millimeter nicht mehr möglich ist und andererseits eine Fourieranalyse in diesem Zusammenhang nicht mehr sinnvoll ist, da die begrenzte Auflösung dieses mathematischen Verfahrens zwangsläufig Fehler generieren wird. Auch die in den Spalten 6 und 10 in der Tabelle 4.3 aufgezeigten Wellenhöhen der ersten Superharmonischen sind in diesem Zusammenhang mit Sorgfalt zu behandeln und sollen allenfalls einen qualitativen Anhalt über die Dimension dieser Komponente geben.

Bezeichnung		Gesamtwellenhöhe $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$				Gesamtwellenhöhe $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$				
	f_i	H_{Soll}	H_{Ist}	H_{fi}	H_{2*fi}	H_{Soll}	H_{Ist}	H_{fi}	H_{2*fi}	
	[Hz]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
C₅	f_1	0,833	1,6	1,546	1,481	0,056	2,4	2,320	2,221	0,086
	f_2	0,938	1,6	1,496	1,410	0,049	2,4	2,244	2,120	0,076
	f_3	1,042	1,6	1,454	1,388	0,041	2,4	2,180	2,088	0,065
	f_4	1,146	1,6	1,416	1,365	0,039	2,4	2,126	2,060	0,054
	f_5	1,250	1,6	1,386	1,311	0,031	2,4	2,078	1,972	0,048
D₅	f_1	0,714	1,6	1,616	1,523	0,096	2,4	2,424	2,279	0,149
	f_2	0,952	1,6	1,490	1,401	0,042	2,4	2,236	2,088	0,062
	f_3	1,191	1,6	1,402	1,351	0,037	2,4	2,104	2,028	0,055
	f_4	1,429	1,6	1,344	1,255	0,036	2,4	2,018	1,870	0,054
	f_5	1,666	1,6	1,310	1,249	0,031	2,4	1,968	1,875	0,047

Tab. 4.3: Bezeichnungen der multichromatischen Wellengruppen mit fünf Komponenten

Die folgenden drei Tabellen 4.4, 4.5 und 4.6 stellen das Versuchsprogramm für die Wellenspektren C und D mit 29, 50 und 100 Komponenten dar. In den Spalten 4 bzw. 6 sind die jeweils in die Berechnungen nach linearer und nichtlinearer Theorie einfließenden Wellenhöhen (theoretische Istwellenhöhen) angegeben.

Bezeichnung			Gesamtwellenhöhe $H_{\text{Soll}} = 8 \text{ cm}$		Gesamtwellenhöhe $H_{\text{Soll}} = 12 \text{ cm}$	
	f_i		H_{Soll}	H_{Ist}	H_{Soll}	H_{Ist}
	[Hz]		[cm]	[cm]	[cm]	[cm]
	1	2	3	4	5	6
C₂₉	f_1	0,833	0,2758	0,2668	0,4138	0,4002
	f_2	0,848	0,2758	0,2654	0,4138	0,3982
	:	:	:	:	:	:
	f_{15}	1,041	0,2758	0,2506	0,4138	0,3760
	:	:	:	:	:	:
	f_{28}	1,235	0,2758	0,2396	0,4138	0,3596
	f_{29}	1,250	0,2758	0,2390	0,4138	0,3584
D₂₉	f_1	0,714	0,2758	0,2786	0,4138	0,4180
	f_2	0,748	0,2758	0,2750	0,4138	0,4124
	:	:	:	:	:	:
	f_{15}	1,190	0,2758	0,2418	0,4138	0,3628
	:	:	:	:	:	:
	f_{28}	1,632	0,2758	0,2266	0,4138	0,3400
	f_{29}	1,666	0,2758	0,2260	0,4138	0,3390

Tab. 4.4: Bezeichnungen der multichromatischen Wellengruppen mit 29 Komponenten

Bezeichnung			Gesamtwellenhöhe $H_{\text{Soll}} = 8 \text{ cm}$		Gesamtwellenhöhe $H_{\text{Soll}} = 12 \text{ cm}$	
	f_i		H_{Soll}	H_{Ist}	H_{Soll}	H_{Ist}
	[Hz]		[cm]	[cm]	[cm]	[cm]
	1	2	3	4	5	6
C₅₀	f_1	0,833	0,1600	0,1547	0,2400	0,2321
	f_2	0,842	0,1600	0,1543	0,2400	0,2314
	:	:			:	:
	f_{25}	1,037	0,1600	0,1455	0,2400	0,2183
	:	:			:	:
	f_{49}	1,241	0,1600	0,1388	0,2400	0,2083
	f_{50}	1,250	0,1600	0,1386	0,2400	0,2079
D₅₀	f_1	0,714	0,1600	0,1616	0,2400	0,2424
	f_2	0,733	0,1600	0,1604	0,2400	0,2406
	:	:	:	:	:	:
	f_{25}	1,180	0,1600	0,1406	0,2400	0,2109
	:	:	:	:	:	:
	f_{49}	1,647	0,1600	0,1313	0,2400	0,1970
	f_{50}	1,666	0,1600	0,1311	0,2400	0,1967

Tab. 4.5: Bezeichnungen der multichromatischen Wellengruppen mit 50 Komponenten

Bezeichnung		Gesamtwellenhöhe $H_{\text{Soll}} = 8 \text{ cm}$			Gesamtwellenhöhe $H_{\text{Soll}} = 12 \text{ cm}$	
	f_i	H_{Soll}	H_{Ist}	H_{Soll}	H_{Ist}	
	[Hz]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	
	1	2	3	4	5	6
C₁₀₀	f_1	0,833	0,0800	0,0773	0,1200	0,1160
	f_2	0,837	0,0800	0,0772	0,1200	0,1159
	:	:	:	:	:	:
	f_{50}	1,039	0,0800	0,0727	0,1200	0,1091
	:	:	:	:	:	:
	f_{99}	1,245	0,0800	0,0693	0,1200	0,1040
	f_{100}	1,250	0,0800	0,0693	0,1200	0,1039
D₁₀₀	f_1	0,714	0,0800	0,0808	0,1200	0,1212
	f_2	0,723	0,0800	0,0805	0,1200	0,1207
	:	:	:	:	:	:
	f_{50}	1,185	0,0800	0,0702	0,1200	0,1053
	:	:	:	:	:	:
	f_{99}	1,657	0,0800	0,0656	0,1200	0,0984
	f_{100}	1,666	0,0800	0,0655	0,1200	0,0983

Tab. 4.6: Bezeichnungen der multichromatischen Wellengruppen mit 100 Komponenten

5 Datenanalyse und Darstellung der Ergebnisse

5.1 Allgemeines

Im folgenden werden die Meßergebnisse im Vergleich mit der im Anhang A vorgestellten Theorie zweiter Ordnung für irreguläre Wellen zunächst für bichromatische und anschließend für multichromatische Wellengruppen dargestellt. Es werden die gemessenen mit den berechneten Oberflächenauslenkungen $\eta(x,t)$ an einer Position in der Wellenrinne graphisch veranschaulicht. Hierzu wird der Ort der Fokussierung gewählt, an dem die Freak Wave die maximale Amplitude und eine nahezu symmetrische Geometrie aufweist. Des weiteren werden die jeweiligen spektralen Energiedichteverteilungen der Messungen und Berechnungen gegenübergestellt und auf die höheren nichtlinearen Interaktionsfrequenzen aufmerksam gemacht, die mitunter einen großen Stellenwert im Spektrum einnehmen können.

5.2 Vorüberlegungen

Die in Anhang A beschriebene Theorie zur exakten Beschreibung bichromatischer Wellen nach der Theorie zweiter Ordnung kann ohne Einschränkungen auch auf multichromatische Wellengruppen mit N Komponenten ausgeweitet werden, indem die Indizes 1 und 2 aus den Gleichungen A.20 bis A.31 durch die Laufvariablen i und j ersetzt werden und in den Grenzen $1 \leq i \leq N$ und $1 \leq j \leq N$ registriert werden müssen. Dies führt zwangsläufig zu aufwendigeren Gleichungssystemen, insbesondere für die nichtlineare Dispersionsrelation, die im Vorfeld der Berechnung gelöst werden muß. Im weiteren wird die Struktur der in einer multichromatischen Wellengruppe entstehenden Interaktionsterme dargestellt. Die Abbildung 5.1 umschreibt eine Interaktionsmatrix zweiter Ordnung für multichromatische Wellen mit N Komponenten unter den Voraussetzungen:

(i) $f_1 < f_2 < f_3 < \dots < f_i \dots < f_{N-1} < f_N$

(ii) $\Delta f = f_{i+1} - f_i = konst.$

	f_1	f_2	f_3	...	f_i	...	f_{N-1}	f_N
f_1	$2 * f_1$	$f_2 + f_1$	$f_3 + f_1$...	$f_i + f_1$...	$f_{N-1} + f_1$	$f_N + f_1$
f_2	$f_2 - f_1$	$2 * f_2$	$f_3 + f_2$...	$f_i + f_2$...	$f_{N-1} + f_2$	$f_N + f_2$
f_3	$f_3 - f_1$	$f_3 - f_2$	$2 * f_3$...	$f_i + f_3$...	$f_{N-1} + f_3$	$f_N + f_3$
...
f_j	$f_j - f_1$	$f_j - f_2$	$f_j - f_3$...	$2 * f_i$ bzw. j	...	$f_{N-1} + f_j$	$f_N + f_j$
...
f_{N-1}	$f_{N-1} - f_1$	$f_{N-1} - f_2$	$f_{N-1} - f_3$...	$f_{N-1} - f_i$...	$2 * f_{N-1}$	$f_N + f_{N-1}$
f_N	$f_N - f_1$	$f_N - f_2$	$f_N - f_3$...	$f_N - f_i$...	$f_N - f_{N-1}$	$2 * f_N$

Abb. 5.1: Interaktionsmatrix zweiter Ordnung für multichromatische Wellengruppen mit N Komponenten

Diese Interaktionsmatrix zweiter Ordnung beinhaltet die fundamentalen Frequenzen f_1, f_2, \dots, f_N und darüber hinaus sind die gebundenen superharmonischen Frequenzen $2*f_1, 2*f_2, \dots, 2*f_N$ auf der Flächendiagonalen der Matrix angegeben. Diese nichtlinearen gebundenen Harmonischen können nach der Theorie zweiter Ordnung für monochromatische Wellen exakt berechnet werden. Alle weiteren in der Matrix dargestellten Frequenzen werden in diesem Ansatz nicht berücksichtigt. Auch die Methode nach fünfter Ordnung [Fenton, 1985] kann diese Terme nicht erfassen, sie werden erst durch die Theorie für irreguläre Wellengruppen berücksichtigt. Die subharmonischen Frequenzen in der unteren Dreiecksmatrix deuten die Differenzterme an und die superharmonischen Frequenzen in der oberen Dreiecksmatrix repräsentieren die Summationsterme der überlagerten fundamentalen Frequenzen. Tabelle 5.1 sortiert die Interaktionsmatrixterme der Anzahl und Größe der Frequenzen nach.

Bezeichnung:	Farbe:	Anzahl der Frequenzterme:	Größe der Frequenzterme:
fundamentale Frequenzen	hellgrau	N	$[O(f_i)]$
			<i>N verschiedene Frequenzen</i>
gebundene superharmonische Frequenzen	dunkelgrau	N	$[O(2 * f_i)]$
			<i>N verschiedene Frequenzen</i>
"freie" subharmonische Frequenzen	schwarz	N-1	$[O(1 * \Delta f)]$
		N-2	$[O(2 * \Delta f)]$
		N-3	$[O(3 * \Delta f)]$
		:	:
		2	$[O((N-2) * \Delta f)]$
		1	$[O((N-1) * \Delta f)]$
			<i>(N-1) verschiedene Frequenzen</i>
"freie" superharmonische Frequenzen	weiß	N = "ungerade"	
		(N-1)/2	$[O(f_N + f_1)]$
		(N-1)/2	$[O(f_{N-1} + f_1)]$
		(N-1)/2	$[O(f_N + f_2)]$

		$(N-3)/2$	$[O(f_{N-2} + f_1)]$
		$(N-3)/2$	$[O(f_{N-3} + f_1)]$
		$(N-3)/2$	$[O(f_N + f_3)]$
		$(N-3)/2$	$[O(f_N + f_4)]$
		$(N-5)/2$	$[O(f_{N-4} + f_1)]$
		$(N-5)/2$	$[O(f_{N-5} + f_1)]$
		$(N-5)/2$	$[O(f_N + f_5)]$
		$(N-5)/2$	$[O(f_N + f_6)]$
		:	:
		$(N-(N-2))/2 = 1$	$[O(f_2 + f_1)]$
		$(N-(N-2))/2 = 1$	$[O(f_3 + f_1)]$
		$(N-(N-2))/2 = 1$	$[O(f_N + f_{N-2})]$
		$(N-(N-2))/2 = 1$	$[O(f_N + f_{N-1})]$
			<i>(2N - 3) verschiedene Frequenzen</i>
		N = "gerade"	
		$N/2$	$[O(f_N + f_1)]$
		$(N-2)/2$	$[O(f_{N-1} + f_1)]$
		$(N-2)/2$	$[O(f_{N-2} + f_1)]$
		$(N-2)/2$	$[O(f_N + f_2)]$
		$(N-2)/2$	$[O(f_N + f_3)]$
		:	:
		$(n-(n-2))/2 = 1$	$[O(f_2 + f_1)]$
		$(n-(n-2))/2 = 1$	$[O(f_3 + f_1)]$
		$(n-(n-2))/2 = 1$	$[O(f_n + f_{n-2})]$
		$(n-(n-2))/2 = 1$	$[O(f_n + f_{n-1})]$
			<i>(2N - 3) verschiedene Frequenzen</i>

Tab. 5.1: Sortierung der Frequenzterme der Interaktionmatrix nach Anzahl und Größe

5.2.1 Qualitative Darstellung der Wellenspektren C und D nach Theorie zweiter Ordnung

Die Abbildungen 5.2 und 5.3 veranschaulichen qualitativ die zu erwartende spektrale Energiedichtevertellung für das schmale Wellenspektrum C bzw. das breite D nach der in Tabelle 5.1 angeführten Sortierung der Frequenzterme. Deutlich ist zu erkennen, daß das schmale Spektrum C klar voneinander getrennte Frequenzbereiche zwischen den fundamentalen und sub- bzw. superharmonischen Frequenzen aufweist. Für das breite Spektrum D überschneiden sich diese Frequenzbereiche teilweise. Es darf vorweggenommen werden, daß die aus den Meßdaten ermittelten Energiespektren in diesem Überschneidungsbereich keinesfalls diese klare Abtrennung aufweisen.

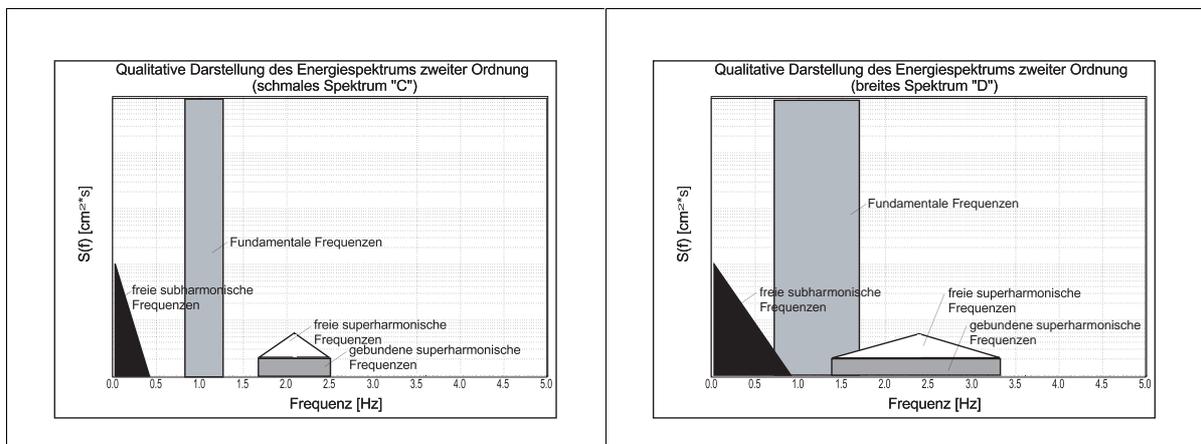


Abb. 5.2: Qualitative Darstellung des Energiespektrums zweiter Ordnung (schmales Spektrum)

Abb. 5.3: Qualitative Darstellung des Energiespektrums zweiter Ordnung (breites Spektrum)

5.2.2 Ausweitung auf Theorie n -ter Ordnung

In der vorliegenden Arbeit wird dieses Überlagerungsprinzip zweiter Ordnung zum Anlaß genommen, einen Ansatz bis zur n -ten Ordnung zu entwickeln, welcher alle zusätzlichen Interaktionskomponenten im Wellenspektrum frequenzbehaftet berücksichtigt. Es muß allerdings darauf hingewiesen werden, daß die jeweilige Amplitude nicht explizit berechnet werden kann, so daß dieser Algorithmus als Grundlage für eine vollständige Wellentheorie n ter Ordnung irregulärer Wellen benutzt werden kann. Dieser Algorithmus wird in Abschnitt 5.2.2.1 bzw. in Abbildung 5.4 durch ein Flußdiagramm wiedergegeben. Gleichzeitig ist der MatLab Programmcode in Anhang E aufgelistet (E.2).

Angemerkt sei an dieser Stelle der enormen Rechenaufwand, der bereits mit der Theorie zweiter Ordnung für irreguläre Wellen entsteht. So benötigt beispielsweise eine Berechnung mit 29 fundamentalen Komponenten auf einem PC der Pentium II Klasse (266 MHz) ca. 30 Minuten Rechenzeit um die Oberflächenkontur mit diesem Ansatz explizit darzustellen. Darüber hinaus ist aus der Literatur keine analytische Methode bekannt, die Berechnungen höherer Ordnung (≥ 3 . Ord.) für irreguläre Wellen anstellt, so daß der in dieser Arbeit entwickelte Algorithmus zur Erzeugung der Anzahl und Größe der Frequenzen auf diesem Gebiet absolut neu ist. Daß die Entwicklung einer hochgradig nichtlinearen Theorie vorangetrieben werden muß, belegen nur schon die Ergebnisanalysen der bichromatischen Wellen, die im folgenden zuerst vorgestellt werden, bevor auf multichromatische Wellengruppen eingegangen wird.

5.2.2.1 Algorithmus zur Bestimmung der Anzahl und Dimension der Interaktionsfrequenzen eines N-komponentigen Spektrums n-ter Ordnung

Der Algorithmus arbeitet mit den Eingabeparametern: Komponentenanzahl N , untere Spektrumsgrenze f_{Unten} , obere Spektrumsgrenze f_{Oben} und der Berechnungsordnung n . Der letzte Ausdruck im Diagramm $f_{(ord, gruppe, a, b)} = \pm p * f(a) \pm q * f(b)$ generiert letztendlich die Interaktionsfrequenzen. Dieser mathematische Algorithmus liefert auch negative Lösungen, die im realen Frequenzspektrum nicht existieren, so daß nur die positiven Interaktionsfrequenzen als physikalisch sinnvolle Lösungen ausgegeben werden.

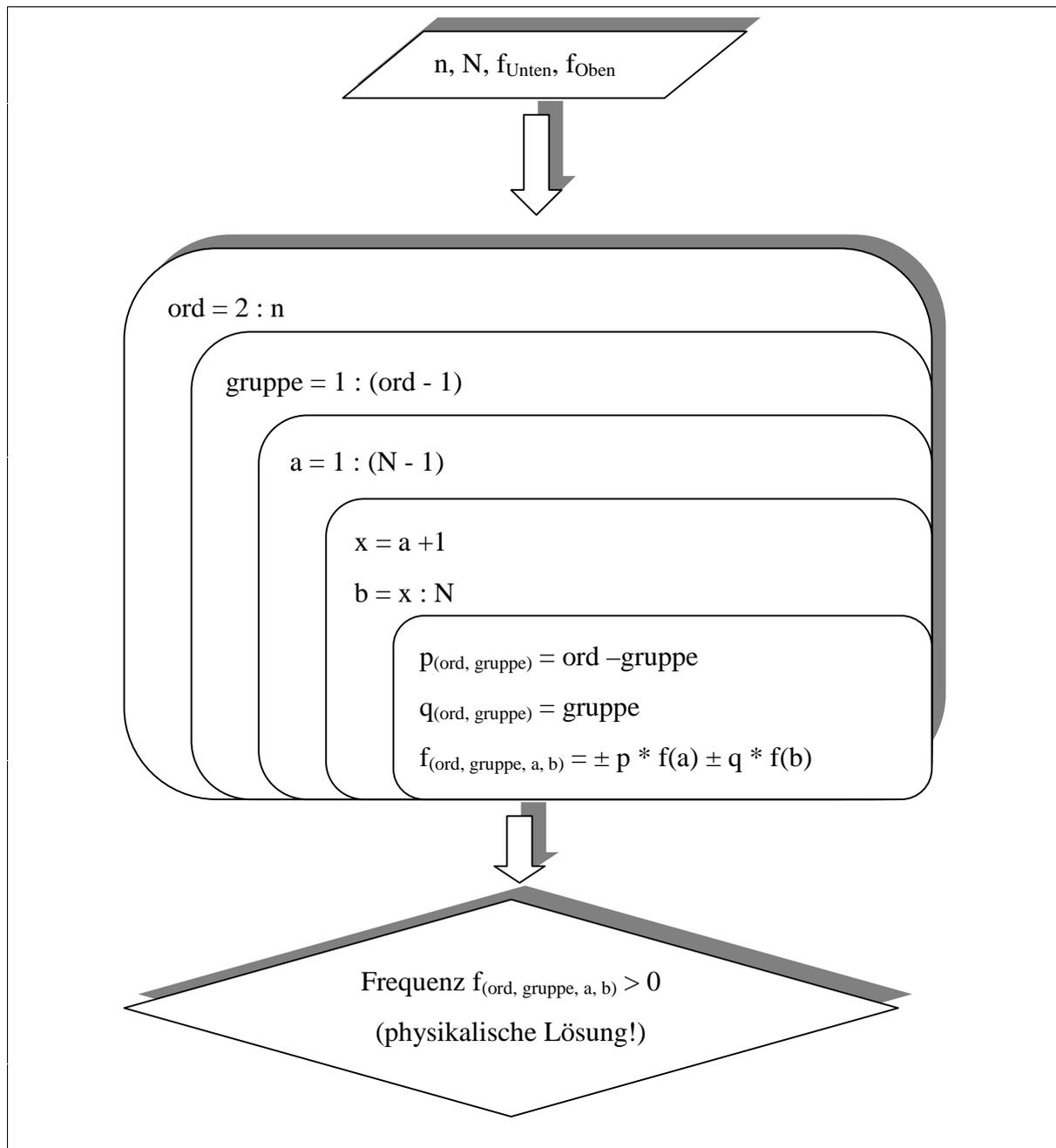


Abb. 5.4: Algorithmus zur Berechnung der Interaktionsfrequenzen in N-komponentigen irregulären Wellenspektren n-ter Ordnung

Ergänzend muß erwähnt werden, daß der Nachweis der höher nichtlinearen Komponenten für bichromatische Wellen relativ einfach ist. Für multichromatische Wellen hingegen ist das Lokalisieren einzelner Frequenzen im Spektrum schwierig, wenn nicht unmöglich, da bei einer konstanten Digitalisierungsfrequenz von 50 Hz und einer Meßdauer von 50 Sekunden , eine begrenzte "Auflösung" der Fourieranalyse resultiert ($\Delta f_{FFT} = 0,02 \text{ Hz}$). So existieren beispielsweise für fünfkomponentige Spektren nach dritter Ordnung 40 , nach vierter Ordnung 60 und nach fünfter Ordnung 80 Interaktionsfrequenzen. Es muß hinzugefügt werden, daß sich diese Anzahlen auf die maximal zu erwartenden Komponenten beziehen, da je nach der Größe der oberen und unteren Spektrums Grenzen eher weniger Komponenten generiert werden. Insgesamt sind für diese Spektren dann fünf fundamentale Frequenzen, 20 gebundene Superharmonische und 200 sub- und superharmonische Interaktionsfrequenzen zu unterscheiden. Es kommt erschwerend hinzu, daß einige der Frequenzen mehrfach auftreten, was zu Resonanzerscheinungen innerhalb der Spektren führt. Für die Betrachtung nach zweiter Ordnung gibt Tabelle 5.1 eine Übersicht über die Struktur dieser Überlagerungsprozesse und die Abbildungen 5.2 und 5.3 eine qualitative Ansicht der Spektren C und D wieder.

	fundamentale Frequenzen	gebundene Harmonische	freie sub- und superharmonische Frequenzen
1. Ordnung	N	0	0
2. Ordnung	0	N	$(N-1)*N$
3. Ordnung	0	N	$2*(N-1)*N$
:	:	:	:
n. Ordnung	0	N	$(n-1)*(N-1)*N$
Gesamt	N	$(n-1)*N$	$n2/2*(N2-N) + n/2*(N-N2)$
Gesamtanzahl	$n2/2*(N2-N) + n/2*(3*N-N2)$		

Tab. 5.2: Gesamtanzahl der zu erwartenden Interaktionsfrequenzen in multichromatischen Wellengruppen

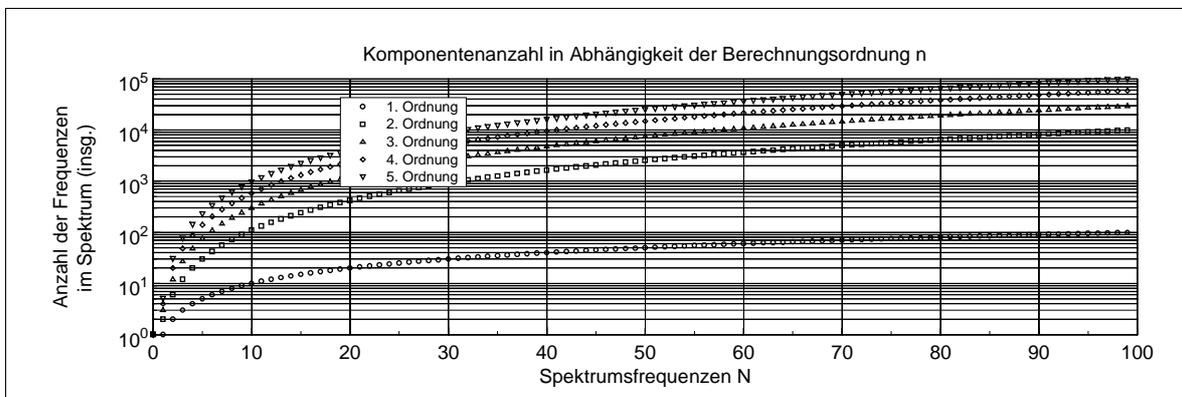


Abb. 5.5: Gesamtanzahl der Interaktionsfrequenzen in multichromatischen Wellengruppen

Für Ansätze höherer Ordnung kann diese Darstellungsart auch erzeugt werden, zeichnet sich allerdings durch komplexere Strukturen aus und wird erst im weiteren Verlauf dieser Arbeit anhand konkreter Beispiele wieder aufgegriffen. Tabelle 5.2 verschafft einen Anhaltspunkt über die zu erwartende Gesamtanzahl der Interaktionskomponenten einer multichromatischen Wellengruppe nach einer Berechnung n -ter Ordnung. Abbildung 5.5 visualisiert diesen Zusammenhang graphisch in einer logarithmischen Notierung.

5.3 Bichromatische Wellen

Zunächst wird der entwickelte Algorithmus für die vier bichromatischen Wellen A, B, C und D bis zur fünften Ordnung angewendet. Ein Ansatz fünfter Ordnung bedingt die Generierung eines fünfdimensionalen Raumes, dessen Geometrie nicht visualisiert werden kann. Die Tabellen 5.3 bis 5.6 beinhalten die Ergebnisse dieser Berechnungen und die Abbildungen 5.6 bis 5.9 stellen Komponenten der jeweiligen Versuchskonstellation in einer Ebene graphisch dar.

Darüber hinaus werden in den Abbildungen 5.10 bis 5.17 die experimentell ermittelten Daten der bichromatischen Wellen ausgewertet. Ein visueller Vergleich der Meßdaten mit Berechnungen nach der Theorie zweiter Ordnung für irreguläre Wellen wird für jede bichromatische Welle geführt. Außerdem werden mittels einer Fourieranalyse die experimentellen und berechneten Daten in die jeweilige spektrale Verteilung der Energiedichte zerlegt, um einen präziseren mathematischen Vergleich zu ermöglichen. Die normierte spektrale Energiedichte $S(f)^*$ wird wiederum verwendet und logarithmisch im Bereich von 10^{-5} bis 1 über die Frequenz aufgetragen. Komponenten mit Energieanteilen $S(f)^* < 10^{-5}$ werden somit nicht mehr dargestellt.

Die Abbildung 5.10 visualisiert die experimentell ermittelten Daten der bichromatischen Welle A. Durch Synchronisation der Zeitachsen sind Vergleiche mit der linearen Theorie und der Berechnung nach Theorie zweiter Ordnung möglich. Es ist eindeutig zu erkennen, daß die Berechnungen mit dem nichtlinearen Ansatz die gemessene Oberflächenauslenkung exakter beschreibt als die Berechnungen mit dem linearen Ansatz. Die lineare Theorie unterschätzt die Amplitude des größten Wellenbergs und überschätzt die Tiefe des vor- und nachfolgenden Wellentals. Diese signifikanten Merkmale einer überlagerten Welle werden mit der Theorie zweiter Ordnung identisch wiedergegeben. Dennoch sind einige Abweichungen - speziell im zeitlichen Vor- und Nachlauf der Fokussierung - hinsichtlich Theorie und Experiment erkennbar.

Begründet wird dieser Eindruck durch die in Abbildung 5.11 dargestellte spektrale Analyse. Die schwarze durchgezogene Linie repräsentiert die Ergebnisse der Fourieranalyse der experimentellen Daten und ist hier der Berechnung nach Theorie zweiter Ordnung gegenübergestellt. Die Balken symbolisieren die Ergebnisse dieses Ansatzes. Die fundamentalen Frequenzen f_1 und f_2 werden eindeutig reproduziert. Dieselben Teilergebnisse würde auch die lineare Theorie liefern. Ferner werden die gebundenen superharmonischen $2*f_1$ und $2*f_2$ und die freien sub- und superharmonischen Frequenzen $f_2 - f_1$ und $f_2 + f_1$ berechnet. Die Identität des theoretischen Ansatzes und des Experimentes ist nicht ganz exakt gegeben, da speziell die subharmonische Komponente geringfügig unterschätzt wird. Darüber hinaus birgt die spektrale Verteilung der Energiedichte zusätzliche außerordentliche Aspekte. Die zuvor berechneten höheren nichtlinearen Komponenten in Tabelle 5.3 der bichromatischen Wellen treten unter dieser Betrachtungsweise eindeutig hervor. Völlig überraschend dabei ist, daß einige der

Interaktionsfrequenzen dritter, vierter und fünfter Ordnung eine nicht zu unterschätzende Größenordnung einnehmen. Teilweise weisen diese einen größeren Stellenwert als die gebundenen Superharmonischen zweiter Ordnung auf (z.B. $f = 0,85; 1,15 \text{ Hz}$ (3. Ord.), $f = 1,80; 2,20 \text{ Hz}$ (4. Ord.) und $f = 0,75; 1,25 \text{ Hz}$ (5. Ord.)). Ebenfalls unerwartet ist der verschwindend geringe Anteil der gebundenen superharmonischen Frequenzen höherer Ordnung. Spätestens jetzt wird deutlich, daß eine Berechnung einer bichromatischen Welle mit superpositionierten monochromatischen Wellen nach Theorie fünfter Ordnung nicht erfolgversprechend wäre. Die real existierenden Überlagerungsprozesse einer bichromatischen Wellen könnten mit dieser theoretischen Methode für monochromatische Wellen nicht wiedergegeben werden.

Die Abbildungen 5.12 und 5.13 präsentieren die Ergebnisse für die bichromatische Welle B. Der visuelle Vergleich der Oberflächenauslenkung ist für diese Versuchskonstellation noch besser als für die vorangegangene Berechnung der Welle A. Die Amplitude des größten Wellenbergs und die Amplituden der beiden größten Wellentäler werden mit der Theorie zweiter Ordnung exakt simuliert. Im Vor- und Nachlauf der Fokussierung sind wiederum gewisse Abweichungen erkennbar. Untermauert wird dieser Eindruck von der spektralen Verteilung der Energiedichten $S(f)^*$, die in Abbildung 5.13 dargestellt sind. Die Interaktionskomponenten zweiter Ordnung sind mit der Theorie in sehr guter Übereinstimmung. Auffällig ist, daß auch für Welle B die höher nichtlinearen Interaktionsfrequenzen eine unerwartete Dominanz aufweisen. Eindeutig treten die zuvor berechneten Komponenten aus Tabelle 5.4 im Spektrum hervor.

In den Abbildungen 5.14. und 5.15 sind die Ergebnisse für die bichromatische Welle C dargestellt. Der visuelle Vergleich zwischen ermittelter Oberflächenauslenkung und der linearen und nichtlinearen Berechnung fällt in diesem Fall etwas ungünstiger aus. Zwar liefert die Theorie zweiter Ordnung generell präzisere Ergebnisse als die lineare Theorie, jedoch kann die Amplitude des größten Wellenbergs nicht ganz exakt simuliert werden. Das vor- und nachlaufende Tal der Welle wird dahingegen identisch wiedergegeben. Abbildung 5.15 sagt diesbezüglich aus, daß die Komponenten zweiter Ordnung prinzipiell in der richtigen Größenordnung reproduziert werden. Der Hintergrund für die Unterschätzung der größten Wellenhöhe liegt darin, daß die bichromatische Welle C Resonanzfrequenzen produziert. Deutlich wird dieser Zusammenhang daran, daß z.B. eine Interaktionsfrequenz vierter Ordnung identisch mit der fundamentalen Frequenz f_2 ist oder daß Interaktionsfrequenzen nach dritter Ordnung exakt mit der subharmonischen bzw. gebundenen Superharmonischen zweiter Ordnung übereinstimmen. Diese Konformität der Frequenzen kann mit dem in Abbildung 5.4 angegebenen Algorithmus vorausgesagt werden. Die Resonanzerscheinungen führen definitiv zu einer Zunahme diverser spektraler Energieanteile.

Noch deutlicher werden diese Erscheinungen für die bichromatische Welle D, die in den Abbildungen 5.16 und 5.17 präsentiert werden. Es kann konstatiert werden, daß beide theoretischen Ansätze nicht annähernd genau die Oberflächenkontur der realen Welle simulieren. Die Amplitude des Wellenbergs wird von der linearen Theorie zu ca. 35% und von der Theorie zweiter Ordnung zu ca. 20% unterschätzt. Das vor- und nachlaufende Wellental kann diesbezüglich besser reproduziert werden. Abbildung 5.17 verschafft wiederum ein Bild über die normierte spektrale Verteilung der Energiedichte $S(f)^*$. Die Komponenten zweiter Ordnung können mit dem theoretischen Ansatz relativ gut wiedergegeben werden. Auch für diese Konstellation nehmen höher nichtlineare Komponenten einen bedeutenden Stellenwert im Spektrum ein. So ragen insbesondere Interaktionsfrequenzen vierter und fünfter Ordnung ($f = 1,905 \text{ Hz}$ (4. Ord.) und

$f = 1,191 \text{ Hz}$ (5. Ord.) heraus. Der Energieanteil dieser Frequenzen liegt in der Größenordnung der gebundenen superharmonischen Frequenzen zweiter Ordnung.

Auch für diese Welle sind Resonanzfrequenzen im höherfrequenten Bereich zu beobachten. Abschließend bleibt festzuhalten, daß eine theoretische Berechnung zweiter Ordnung generell gute Ergebnisse hinsichtlich der Beschreibung bichromatischer Wellen liefern kann. Gegenüber einer Berechnung mit linearer Theorie werden ausnahmslos bessere Ergebnisse erzielt. Gleichzeitig stellt sich anhand der spektralen Verteilung der Energiedichten heraus, daß höher nichtlineare Frequenzen einen bedeutenden Stellenwert im Spektrum einnehmen. Generell können diese Frequenzen mit dem Algorithmus aus Abbildung 5.4 vorherbestimmt werden, jedoch bleibt es versagt, den realen Energieanteil dieser Komponenten zu bestimmen. Es ist festzuhalten, daß mit steigender Ordnung der Nichtlinearität keinesfalls geringere Energieanteile für diese Komponenten zu erwarten sind.

Ebenfalls wird das Phänomen beobachtet, welches Resonanzfrequenzen innerhalb der bichromatischen Wellen entstehen läßt. Diese Frequenzbereiche können auch mit dem Algorithmus vorausgesagt werden, bleiben aber in ihrer Größe und Auswirkung im Wellenspektrum unbestimmbar. Diese fundamentale Untersuchung von bichromatischen Wellen ist unabdingbar erforderlich, um einen Anhalt über die Phänomenologie von Freak Waves zu bekommen, da in multichromatischen Wellengruppen prinzipiell dieselben Interaktionsprozesse und Resonanzerscheinungen existieren. Aufgrund der Komplexität der Frequenzspektren multichromatischer Wellengruppen ist die eindeutige Zuordnung der Frequenzbereiche vergleichsweise schwieriger.

Bichromatische Welle A						
	fundamentale Frequenzen		gebundene superharmonische Frequenzen		freie sub- und superharmonische Frequenzen	
	Symbol	[Hz]	Symbol	[Hz]	Symbol	[Hz]
1. Ordnung	*	0,95; 1,05				
2. Ordnung			+	1,90; 2,10	○	0,10; 2,00
3. Ordnung			+	2,85; 3,15	△	0,85; 1,15; 2,95; 3,05
4. Ordnung			+	3,80; 4,20	□	0,20; 1,80; 2,20; 3,90; 4,00; 4,10
5. Ordnung			+	4,25; 5,25	▽	0,75; 1,25; 2,75; 3,75; 4,85; 4,95; 5,05; 5,15

Tab. 5.3: Nichtlineare Interaktionskomponenten fünfter Ordnung für bichromatische Welle A

Bichromatische Welle B						
	fundamentale Frequenzen		gebundene superharmonische Frequenzen		freie sub- und superharmonische Frequenzen	
	Symbol	[Hz]	Symbol	[Hz]	Symbol	[Hz]
1. Ordnung	*	0,90; 1,10				
2. Ordnung			+	1,80; 2,20	○	0,20; 2,00
3. Ordnung			+	2,70; 3,30	△	0,70; 1,30; 2,90; 3,10
4. Ordnung			+	3,60; 4,40	□	0,40; 1,60; 2,40; 3,80; 4,00; 4,20
5. Ordnung			+	4,50; 5,50	▽	0,80; 1,50; 2,50; 3,50; 4,70; 4,90; 5,10; 5,30

Tab. 5.4: Nichtlineare Interaktionskomponenten fünfter Ordnung für bichromatische Welle B

Bichromatische Welle C						
	fundamentale Frequenzen		gebundene superharmonische Frequenzen		freie sub- und superharmonische Frequenzen	
	Symbol	[Hz]	Symbol	[Hz]	Symbol	[Hz]
1. Ordnung	*	0,833; 1,250				
2. Ordnung			+	1,666; 2,500	○	0,417; 2,083
3. Ordnung			+	2,500; 3,750	△	0,417; 1,666; 2,917; 3,333
4. Ordnung			+	3,333; 5,000	□	0,835; 1,250; 2,917; 3,750; 4,167; 4,580
5. Ordnung			+	4,167; 6,250	▽	2,083; 4,167; 4,583; 5,000; 5,416; 5,833

Tab. 5.5: Nichtlineare Interaktionskomponenten fünfter Ordnung für bichromatische Welle C

Bichromatische Welle D						
	fundamentale Frequenzen		gebundene superharmonische Frequenzen		freie sub- und superharmonische Frequenzen	
	Symbol	[Hz]	Symbol	[Hz]	Symbol	[Hz]
1. Ordnung	*	0,714; 1,666				
2. Ordnung			+	1,428; 3,333	○	0,952; 2,381
3. Ordnung			+	2,143; 5,000	△	0,238; 2,619; 3,095; 4,048
4. Ordnung			+	2,857; 6,667	□	0,476; 1,905; 3,809; 4,286; 4,762; 5,714
5. Ordnung			+	3,571; 8,333	▽	1,191; 3,571; 4,524; 5,476; 5,952; 6,428; 7,381

Tab. 5.6: Nichtlineare Interaktionskomponenten fünfter Ordnung für bichromatische Welle D

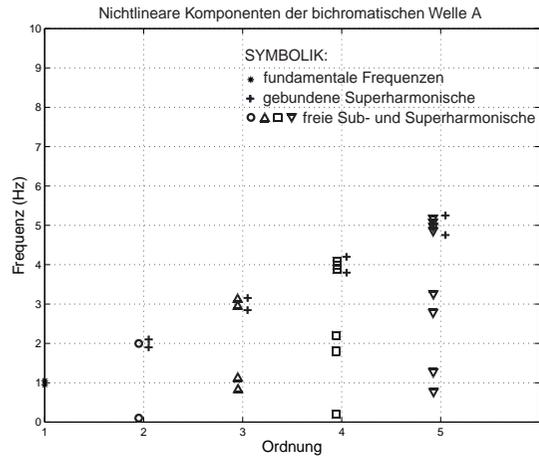


Abb. 5.6: Nichtlineare Komponenten Welle A

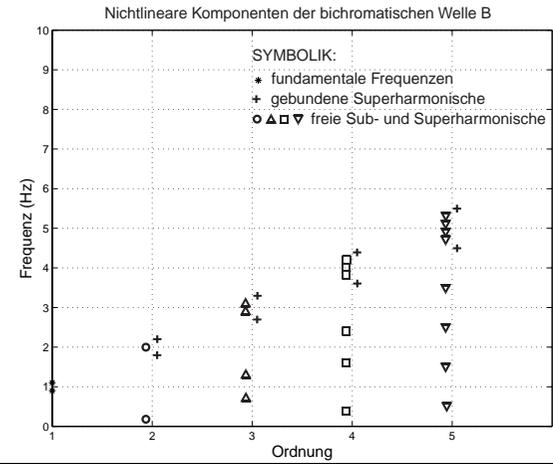


Abb. 5.7: Nichtlineare Komponenten Welle B

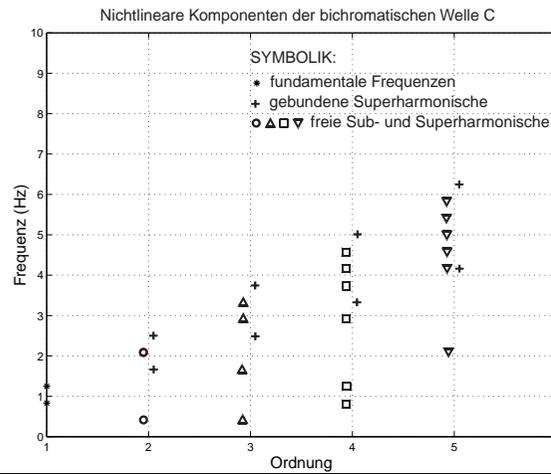


Abb. 5.8: Nichtlineare Komponenten Welle C

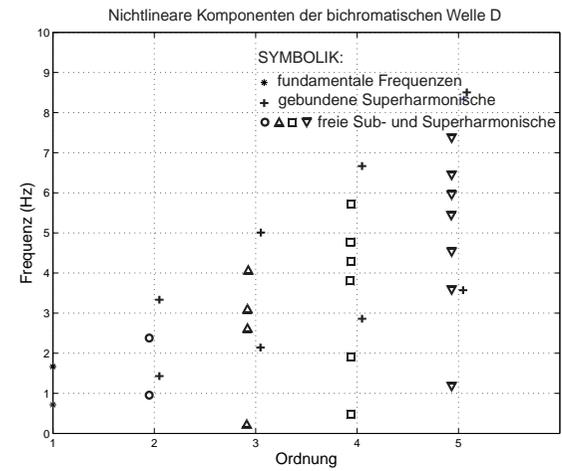


Abb. 5.9: Nichtlineare Komponenten Welle D

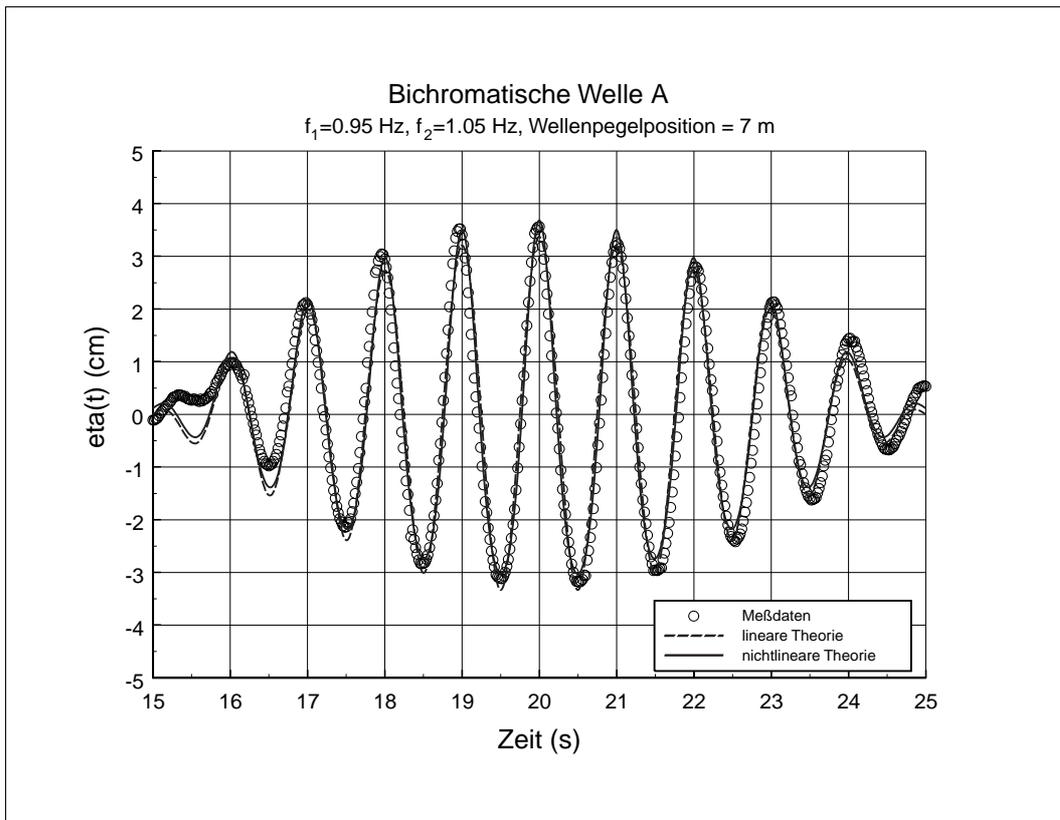


Abb. 5.10: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie der bichromatischen Welle A

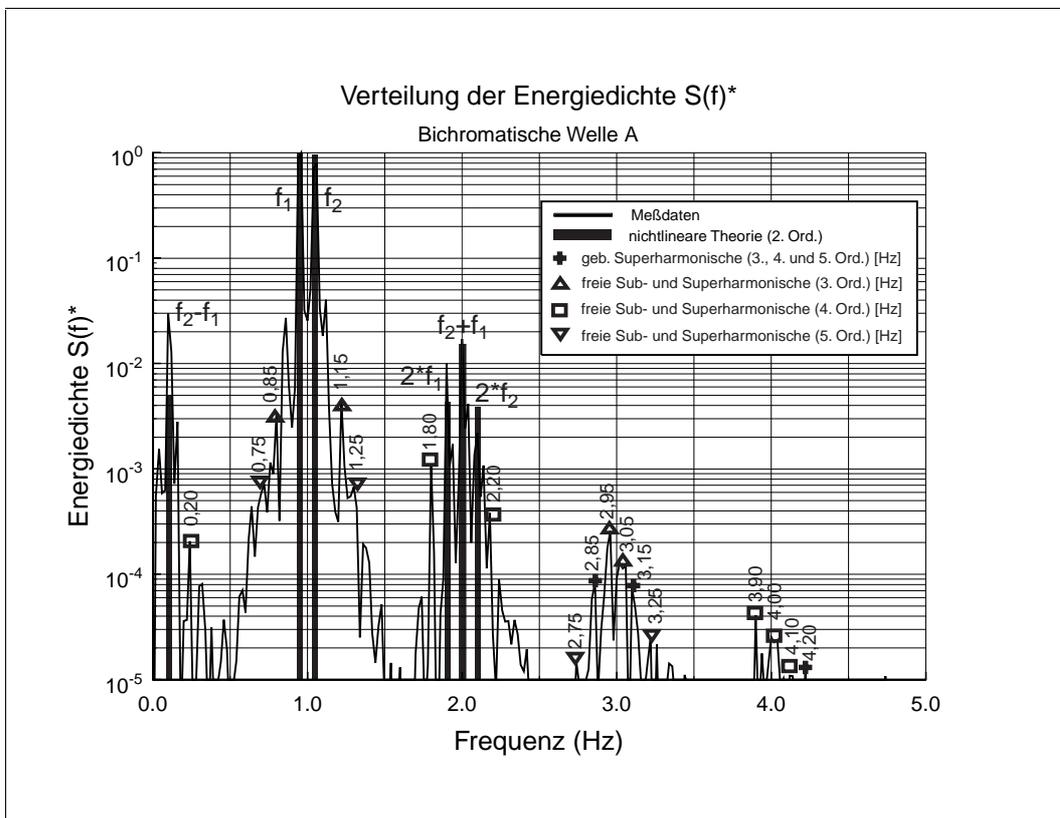


Abb. 5.11: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie

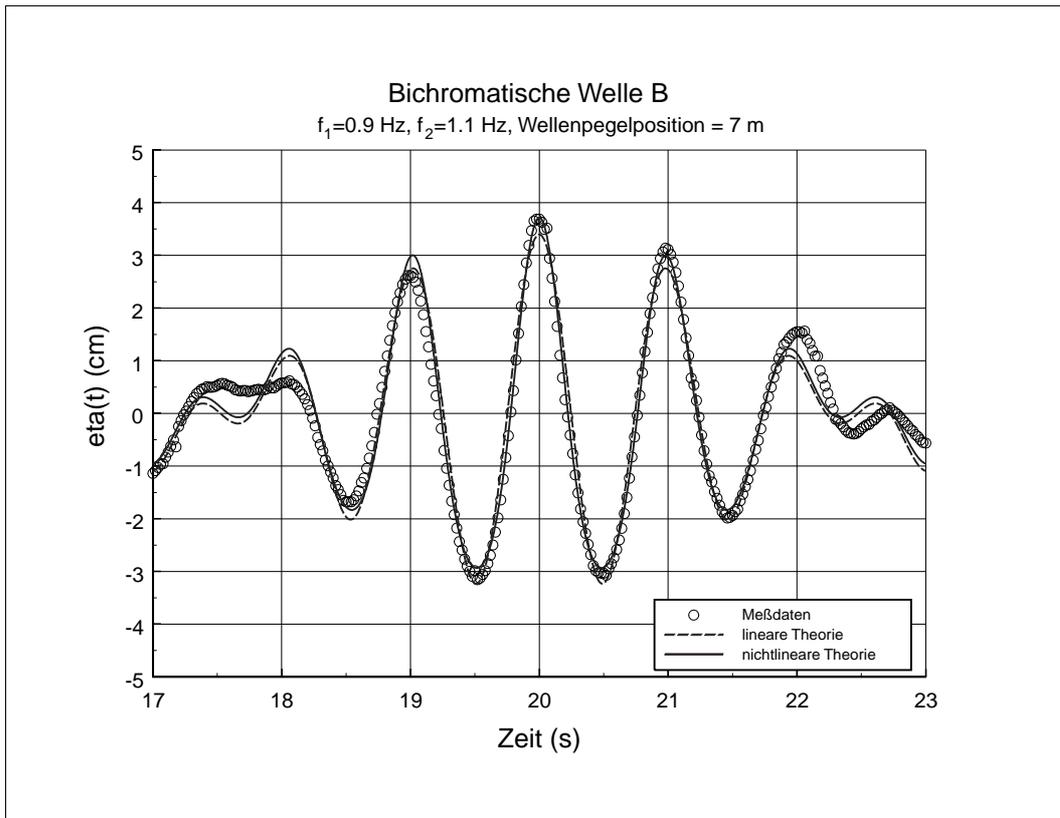


Abb. 5.12: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie der bichromatischen Welle A

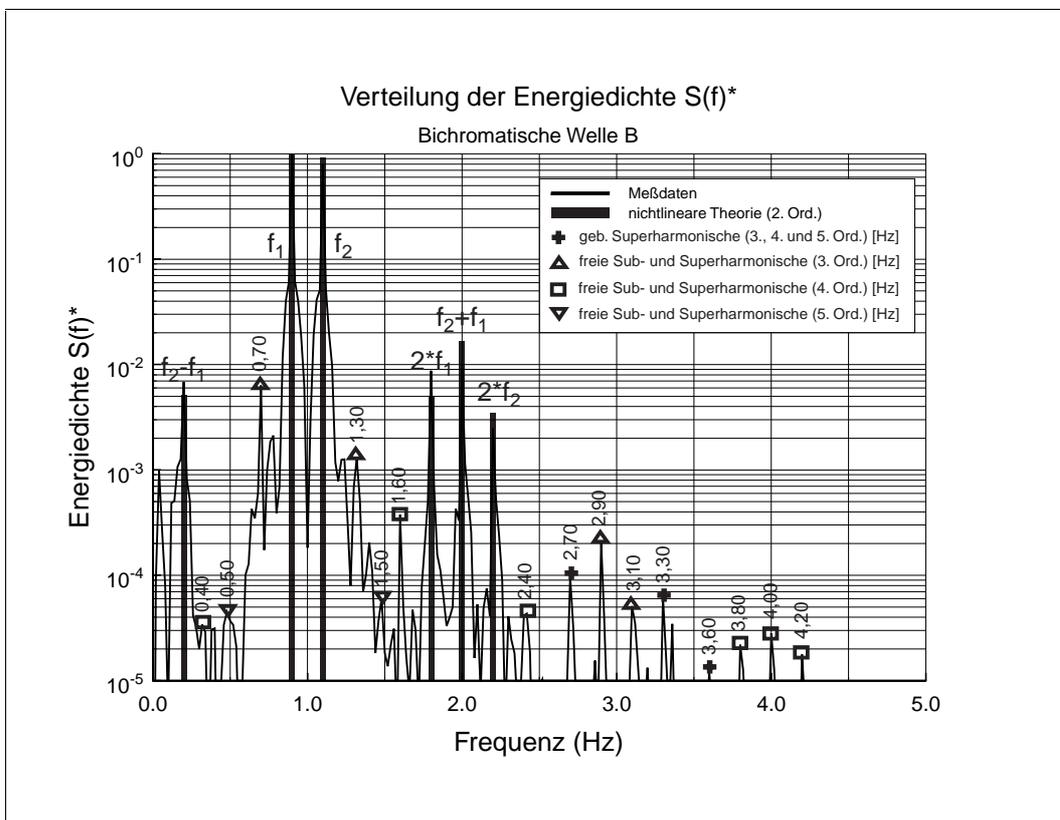


Abb. 5.13: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie

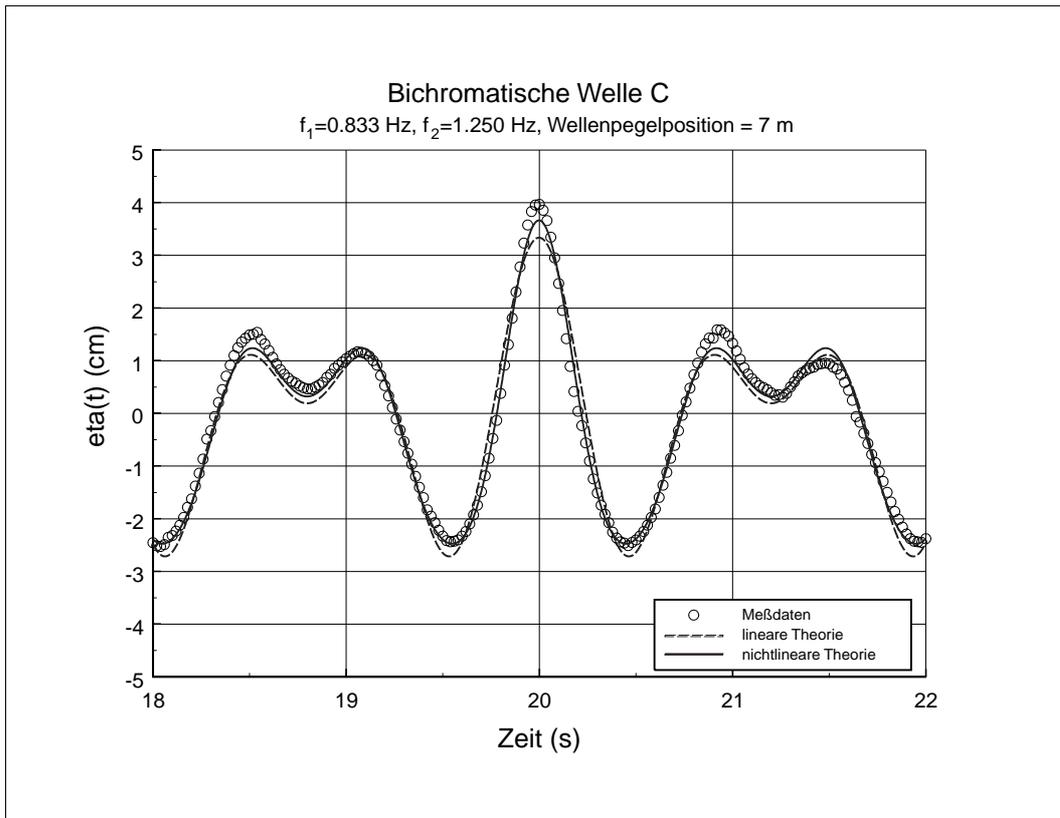


Abb. 5.14: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie der bichromatischen Welle C

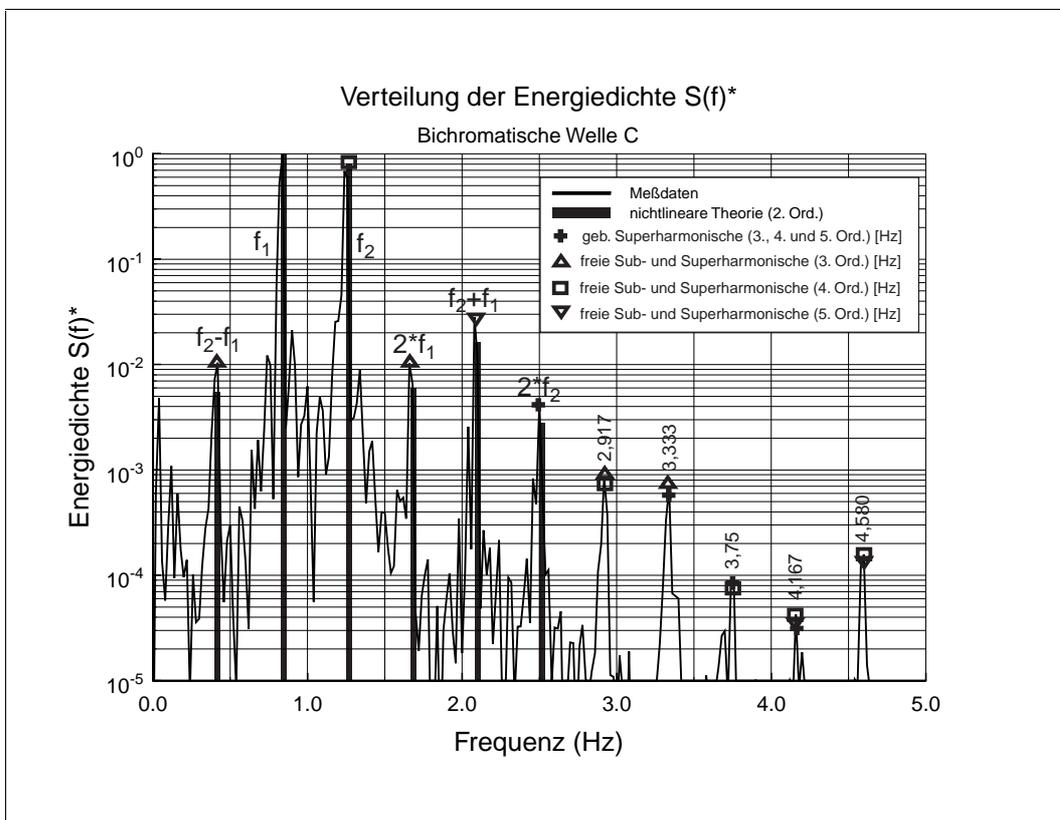


Abb. 5.15: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie

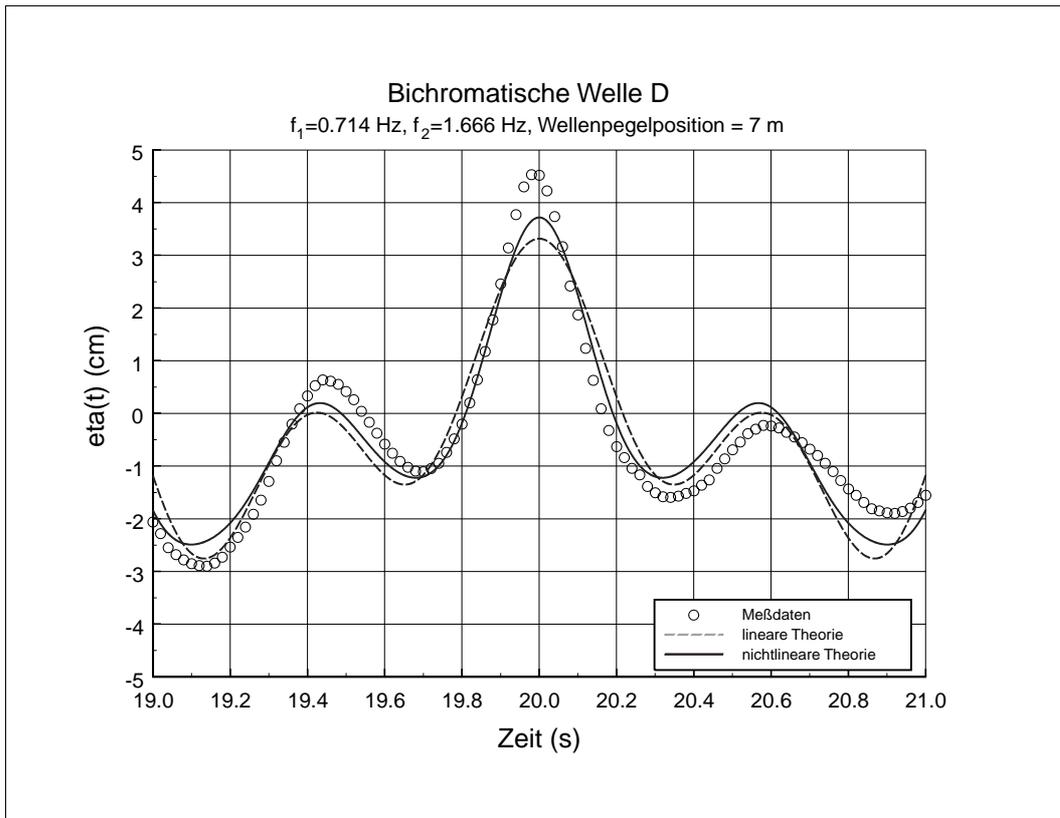


Abb. 5.16: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie der bichromatischen Welle D

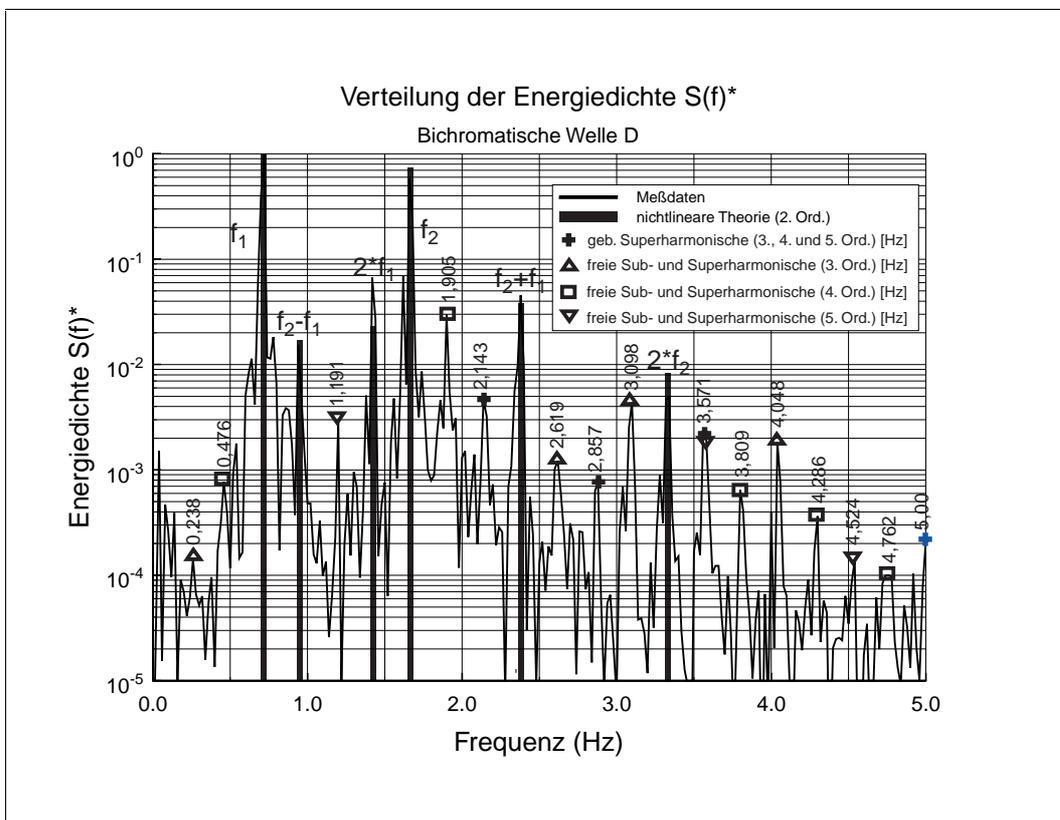


Abb. 5.17: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie

5.4 Multichromatische Wellengruppen

5.4.1 Wellengruppen mit fünf Komponenten

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit werden die Spektren A und B für multichromatische Wellengruppen nicht weiter verfolgt, da einerseits die sehr schmale Bandbreite als eher unrealistisch zu definieren ist und andererseits eine korrekte Reproduzierbarkeit mit der zuvor angesprochenen Generierung von Freak Waves nicht sinnvoll bzw. machbar ist. Es werden im folgenden nur noch die Wellengruppen C und D mit $N = 5, 29, 50$ und 100 Komponenten betrachtet. Beide Spektren werden für jeweils zwei Sollwellenhöhen $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$ bzw. $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$ untersucht. In den Abbildungen 5.18 a und b und 5.19 a und b werden die nichtlinearen Interaktionsfrequenzen zwei- und dreidimensional für die fünfkomponentigen Spektren graphisch veranschaulicht. Es wird auf eine tabellarische Aufgliederung der Frequenzen verzichtet, da bereits bei dieser Komponentenanzahl übermäßig viele Interaktionsfrequenzen generiert werden, wie in Abschnitt 5.2 verdeutlicht wurde. Bei genauerer Betrachtung der Abbildungen 5.18 a und 5.19 a fällt auf, daß nach einer Berechnung zweiten Grades fünf gebundene Superharmonische (N), sieben freie Superharmonische ($2*N-3$) und vier freie Subharmonische ($N-1$) generiert werden. Diese Quantitäten spiegeln nur die absolute Anzahl verschiedener Frequenzen wider, wie vergleichend aus Tabelle 5.1 ersichtlich ist. Tatsächlich werden insgesamt jeweils zehn freie sub- und superharmonische Anteile ($0.5*(N^2-N)$) generiert, wie den dreidimensionalen Abbildungen 5.18 b und 5.19 b zu entnehmen ist. Daraus ist abzuleiten, daß zahlreiche Frequenzen mehrfach erzeugt werden und zu Strukturen führen, wie sie in den Abbildungen 5.2 und 5.3 nach zweiter Ordnung und in den Abbildungen 5.18 b und 5.19 b für die dritte, vierte und fünfte Ordnung dargestellt sind. Anhand der Abbildung 5.18 b ist für das schmale Spektrum C zu erkennen, daß superharmonische Interaktionsfrequenzen dritter, vierter und fünfter Ordnung annähernd getrennt voneinander zu ermitteln sein werden, da sie in grundsätzlich verschiedenen Frequenzbereichen dominieren. Hinzu kommt, daß nach zweiter Ordnung für die Wellengruppen drei der gebundenen Superharmonischen dieselbe Frequenz wie drei freie Superharmonische aufweisen. In den Abbildungen 5.18 a und 5.19 a ist dieser Sachverhalt eindeutig zu beobachten. In einer spektralen Analyse kann nicht mehr zwischen gebundenen und freien Superharmonischen unterschieden werden - die spektralen Energieanteile werden addiert dargestellt. Diese Einschränkung führt dazu, daß im Wellenspektrum C neun Superharmonische, obgleich ihrer Kategorisierung, und vier freie Subharmonische nach Theorie zweiter Ordnung auftreten. Das breitere Spektrum D weist darüber hinaus noch einen weiteren Aspekt auf: Die generierten freien und gebundenen Superharmonischen interagieren nicht nur miteinander, sondern überlagern sich auch mit den fundamentalen Frequenzen, so daß im Wellenspektrum D nur sieben Superharmonische nach zweiter Ordnung erkennbar sein werden. Ebenso überlagern sich zwei der vier verschiedenen subharmonischen Frequenzen mit zwei fundamentalen Komponenten. Im Spektrum D werden somit nur zwei freie Subharmonische zweiter Ordnung registriert werden können. Des weiteren ist anhand der Abbildung 5.19 b für das breite Spektrum D zu erkennen, daß Interaktionsfrequenzen dritter, vierter und fünfter Ordnung nicht getrennt voneinander zu ermitteln sind, da sich diese Frequenzbereiche stets überlagern. Die Abbildungen 5.20 und 5.21 präsentieren die Ergebnisse der multichromatischen Wellengruppe C mit einer Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$. Im ersten Diagramm sind die experimentell ermittelten Daten den Berechnungen nach linearer und nichtlinearer Theorie gegenübergestellt. Es verstärkt sich wiederum der Eindruck, daß der Ansatz zweiter Ordnung auch für multichromatische Wellengruppen präzisere Ergebnisse liefern kann als nach linearer Theorie. Die Amplitude des größten Wellenbergs wird

prägnant vorhergesagt, während das vor- und nachlaufende Wellental annähernd beschrieben werden kann. Der visuelle Vergleich deutet gleichzeitig auf einen wachsenden Anteil der Nichtlinearitäten hin, da die Oberflächenkontur nicht im gesamten Zeitfenster ausreichend simuliert werden kann. Der mathematische Vergleich der spektralen Energieverteilung in Abbildung 5.21 bestätigt diesen Eindruck. Prinzipiell werden die fundamentalen Frequenzen, die gebundenen und freien Superharmonischen und freien Subharmonischen nach zweiter Ordnung adäquat berechnet. Es fällt auf, daß höher nichtlineare Komponenten einen nicht minder wichtigen Stellenwert in der spektralen Darstellung einnehmen. So existieren in der näheren Umgebung der fundamentalen Frequenzen f_1 und f_5 Energieanteile, die definitiv zu Überlagerungsfrequenzen dritter, vierter und fünfter Ordnung zählen. Die Frequenzen $3 < f < 4 \text{ Hz}$ können zweifellos den Interaktionsfrequenzen dritter Ordnung zugeordnet werden. Außerdem ist zu beachten, daß das Meßdatenspektrum nahezu identisch mit dem qualitativen Spektrum der Abbildung 5.2 nach zweiter Ordnung bzw. der Struktur der nichtlinearen Komponenten der Abbildung 5.18 b nach höherer Ordnung ist. Gleiche Tendenzen sind den Experimenten mit der Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$ zu entnehmen. Der visuelle Vergleich in Abbildung 5.22 bestätigt die Theorie zweiter Ordnung in der präziseren Beschreibung der experimentell ermittelten Oberflächenauslenkung. Die spektrale Verteilung der Energiedichte in Abbildung 5.23 liefert gleiche Ergebnisse. Die Komponenten nach zweiter Ordnung werden annähernd exakt simuliert. In den Abbildungen 5.24 und 5.25 werden die Ergebnisse und Vergleiche der multichromatischen Wellengruppe D dargestellt. Für eine Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$ liefert die Theorie zweiter Ordnung bessere Ergebnisse als der lineare Ansatz. Die Amplitude des größten Wellenbergs wird sehr präzise beschrieben. Die Wellentäler in der Umgebung dieser maximalen Auslenkung werden relativ exakt berechnet. Die spektrale Analyse dieser Versuchskonstellation in Abbildung 5.25 beinhaltet zusätzlich die Ergebnisse der Fourieranalyse für die Berechnung nach linearer Theorie und wird durch die gestrichelten Balken symbolisiert. Die Wellengruppe D generiert Überlagerungen innerhalb des fundamentalen Spektrums. Eine Betrachtung zweiter Ordnung stellt heraus, daß die fundamentale Frequenz f_4 des Spektrums mit der gebundenen superharmonischen Frequenz $2*f_1$ und die fundamentale Frequenz f_5 mit der freien superharmonischen Frequenz $f_2 + f_1$ überlagert werden. Gleichsam wird f_2 mit der Subharmonischen $f_5 - f_1$ und f_1 mit den Subharmonischen $f_4 - f_1$ und $f_5 - f_2$ superpositioniert. Die Effekte dieser Überlagerungen werden anhand des Vergleichs der linearen und nichtlinearen Energieverteilung erkannt. Besonders ragt der Energiezuwachs der Fundamentalen f_5 hervor. In diesem Bereich existiert Resonanz. Ebenso werden die anderen angesprochenen Frequenzbereiche durch Resonanz angefacht. Die spektrale Energie nimmt jeweils überproportional zu. Höher nichtlineare Energieanteile können für das breite Spektrum nicht eindeutig zugeordnet werden, wie Abbildung 5.19 b diesbezüglich aussagt. Für die Sollwellenhöhen $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$ liegen generell gleiche Ergebnisse vor. Die Theorie zweiter Ordnung läßt eine präzisere Beschreibung der Oberflächenkontur als ein linearer Ansatz zu. Die maximale Amplitude wird mit dem Ansatz zweiter Ordnung nahezu erfaßt. Die Wellentäler werden nur mit einer marginalen Abweichung beschrieben. Gleichzeitig ist mit steigender Wellenhöhe auch eine Zunahme der Nichtlinearitäten zu beobachten. Die Ergebnisse der spektralen Analyse liefern prinzipiell dieselben Tendenzen, wie für die zuvor diskutierte Wellengruppe geringerer Wellenhöhe. Auch hier werden Resonanzerscheinungen im Bereich der oberen und unteren fundamentalen Spektrumsgrenze beobachtet. Außerdem wird beobachtet, daß sich im Fokussierungspunkt an der Wasseroberfläche Schaum bildet, ein Anzeichen dafür, daß diese multichromatische Wellengruppe bricht (*spilling breaking*).

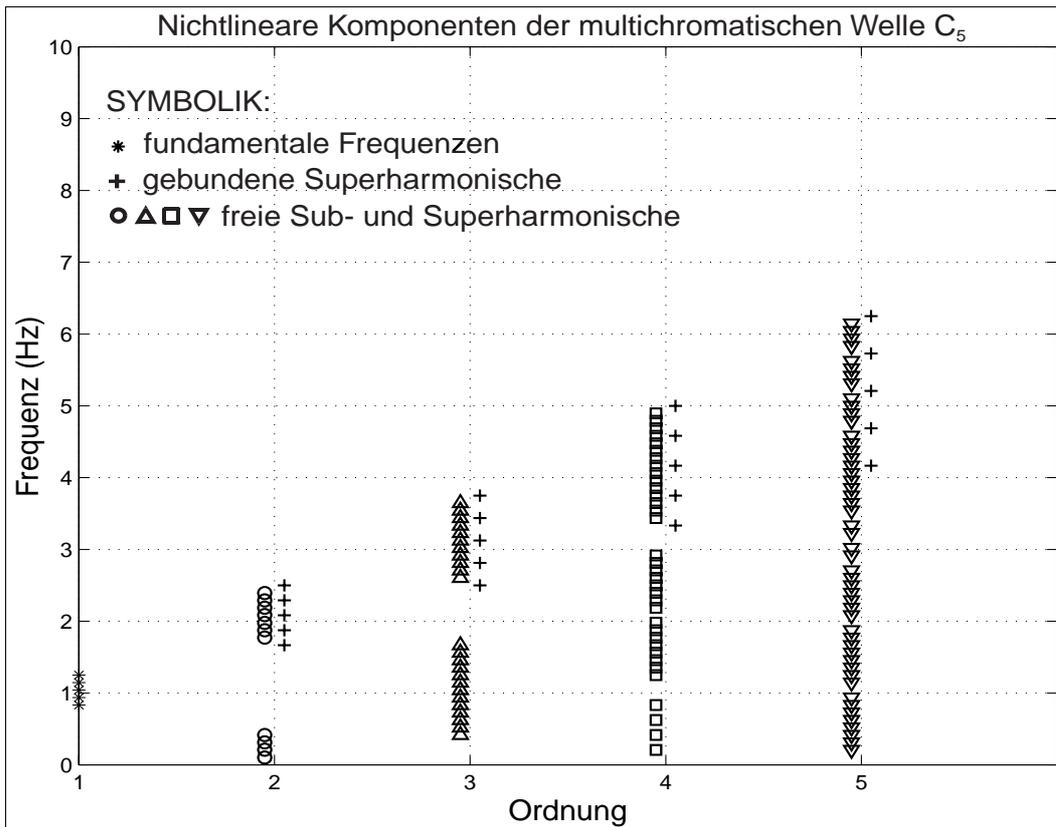


Abb. 5.18 a: Zweidimensionale Darstellung der nichtlinearen Komponenten der Wellengruppe C_5

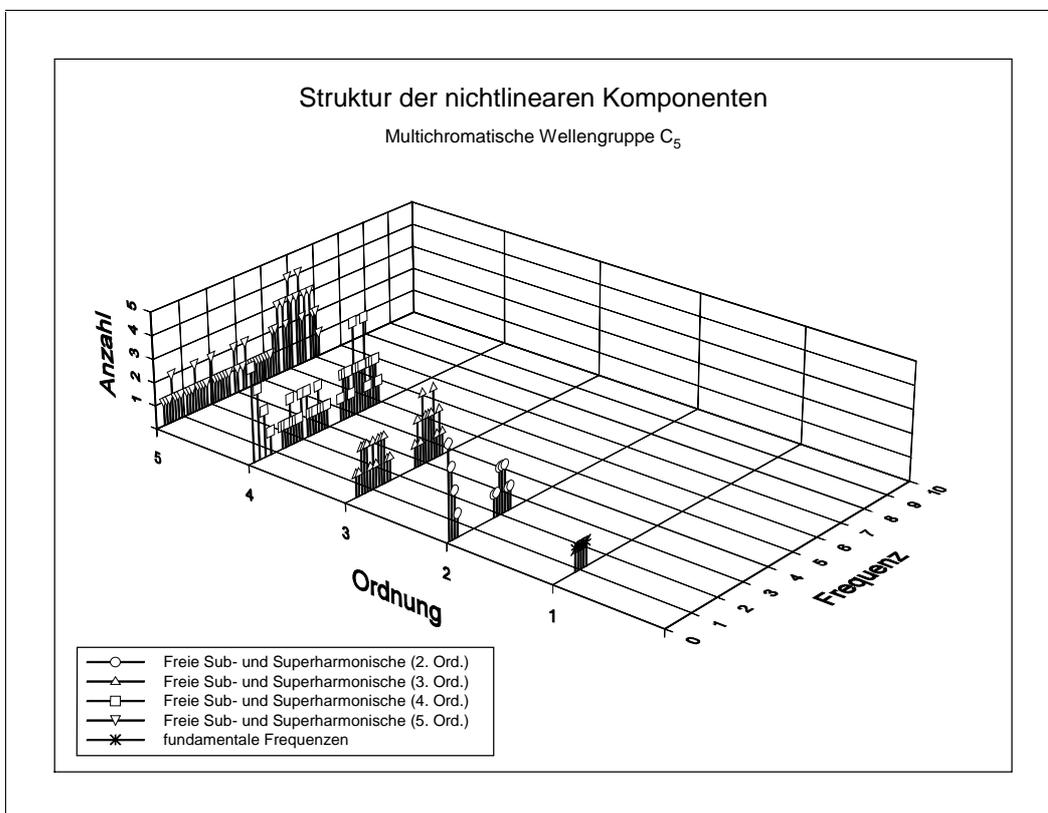


Abb. 5.18 b: Dreidimensionale Struktur der nichtlinearen Komponenten der Wellengruppe C_5

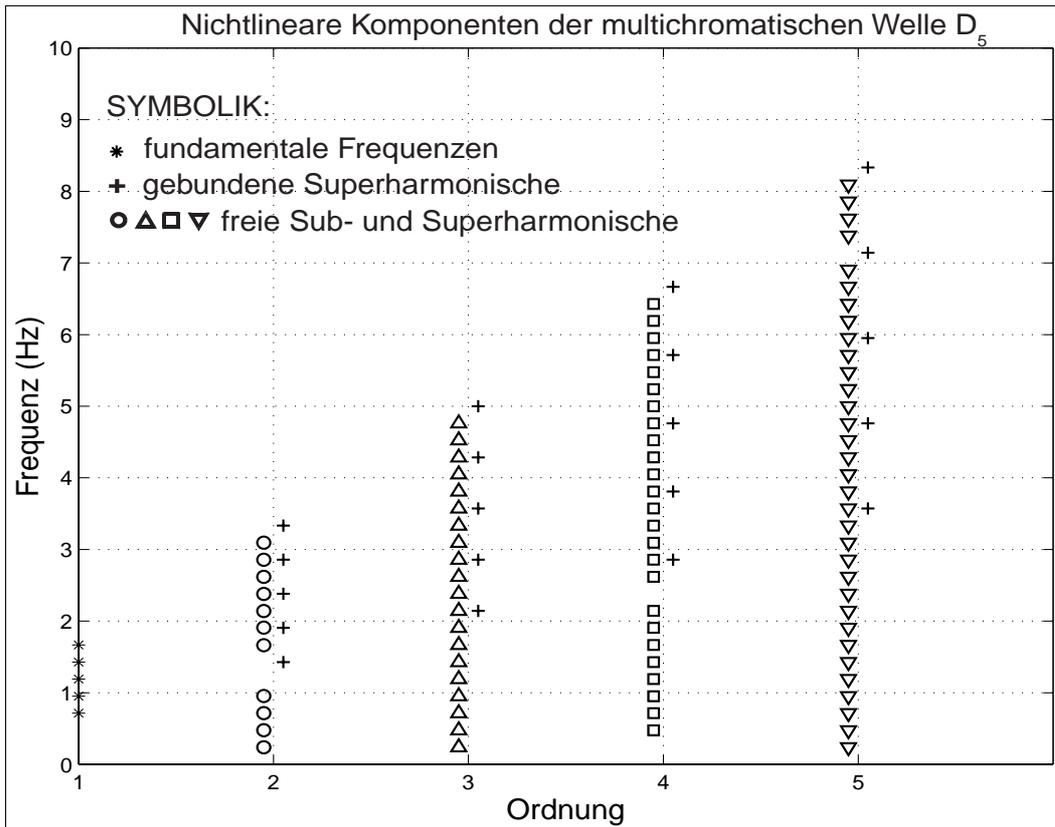


Abb. 5.19 a: Zweidimensionale Darstellung der nichtlinearen Komponenten der Wellengruppe D_5

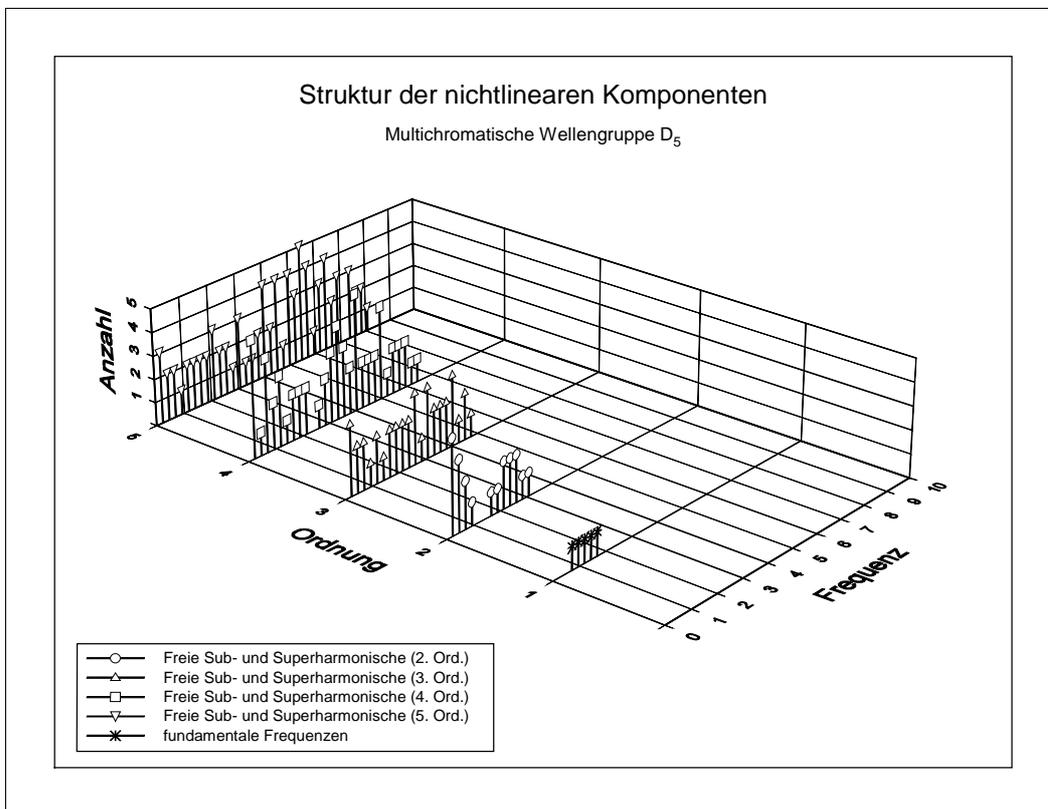


Abb. 5.19 b: Dreidimensionale Struktur der nichtlinearen Komponenten der Wellengruppe D_5

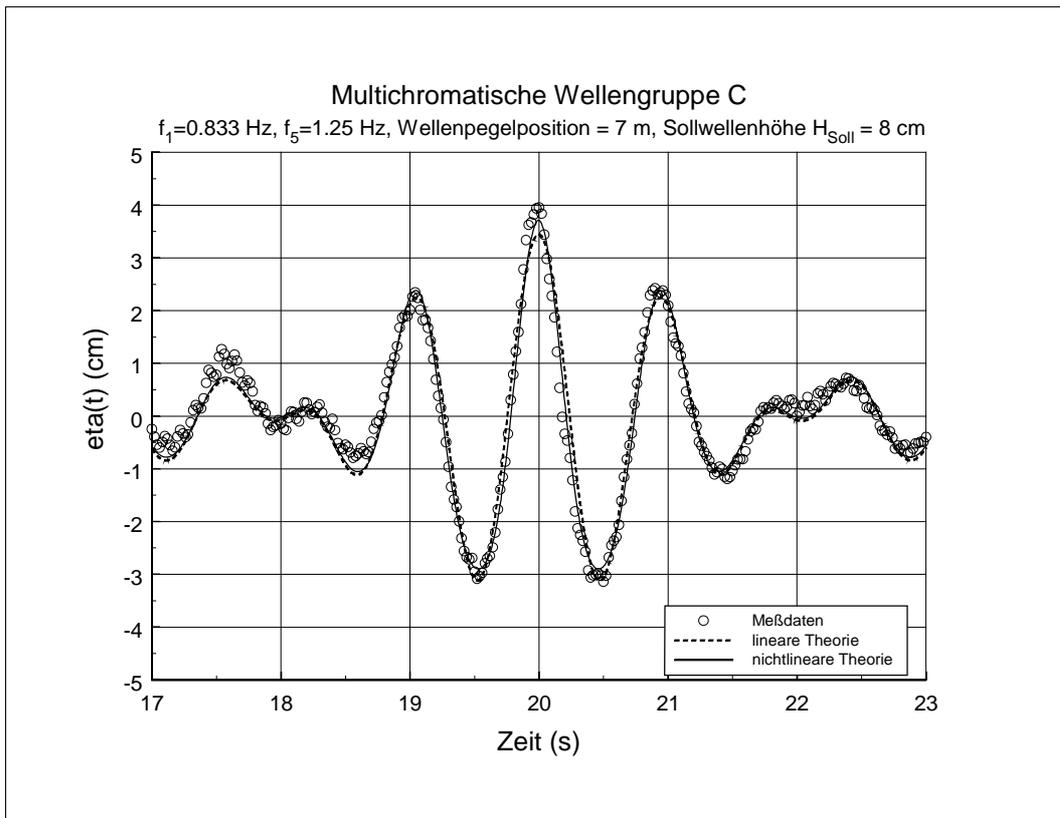


Abb. 5.20: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie (Welle C_5 , $H_{Soll} = 8$ cm)

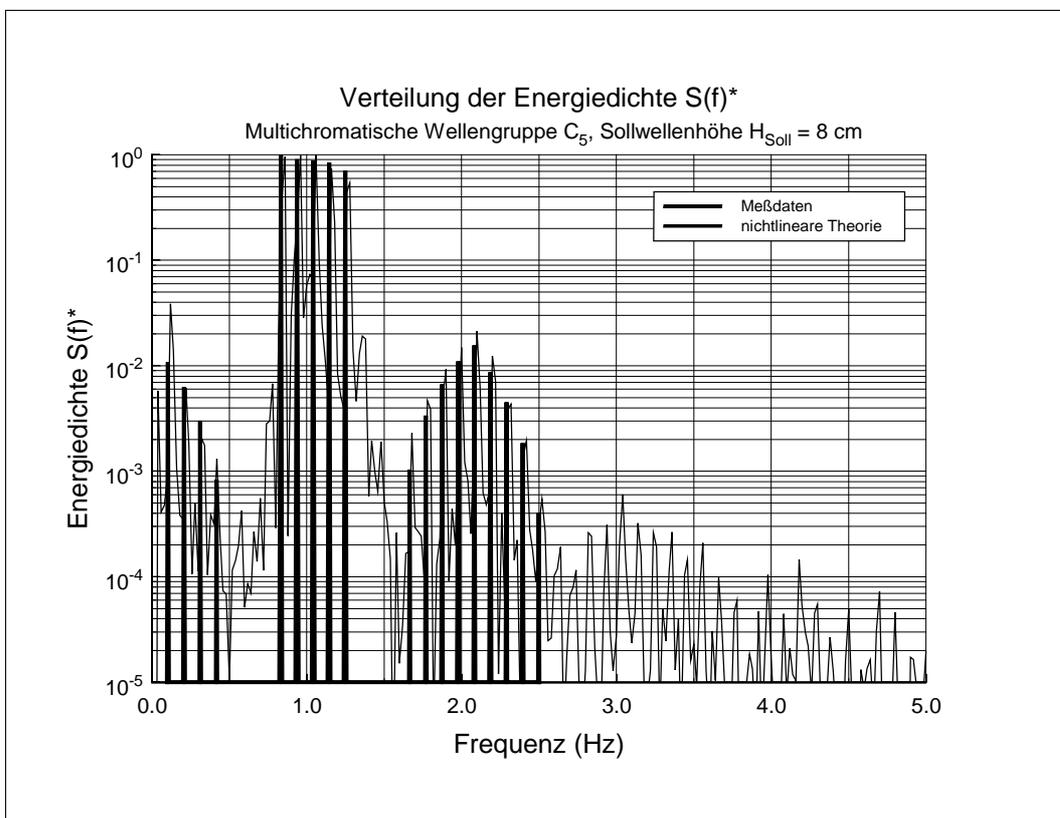


Abb. 5.21: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie

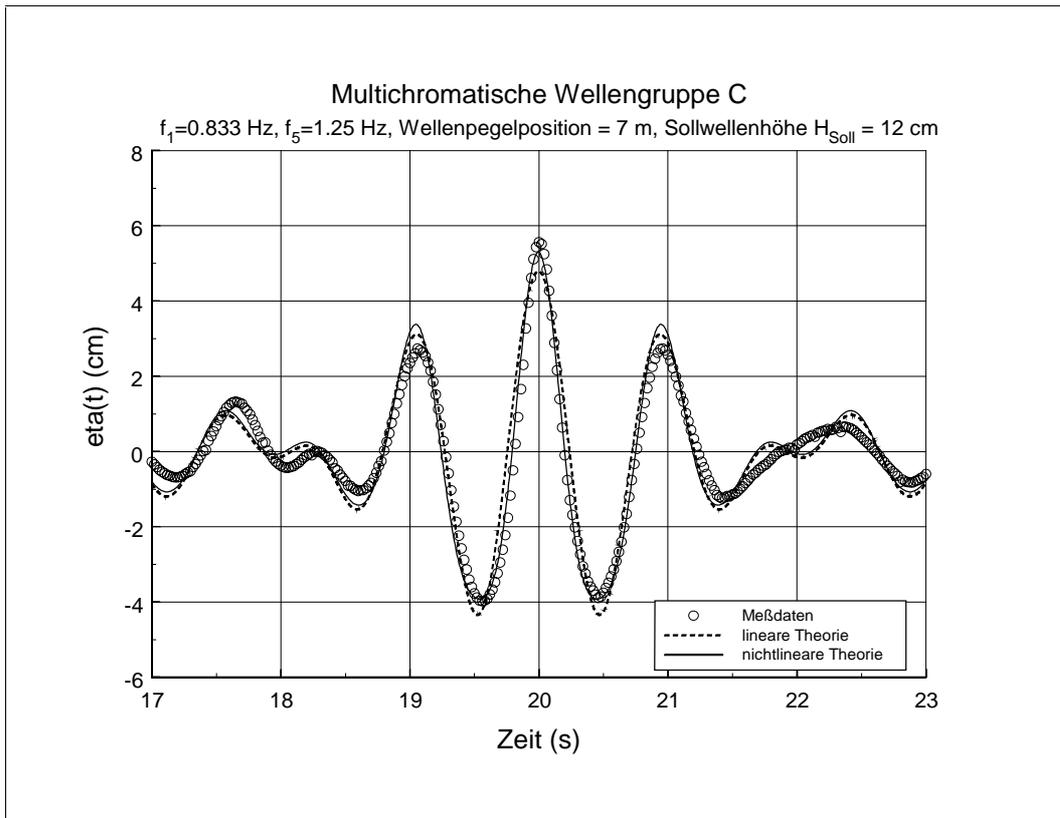


Abb. 5.22: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie (Welle C_5 , $H_{Soll} = 12$ cm)

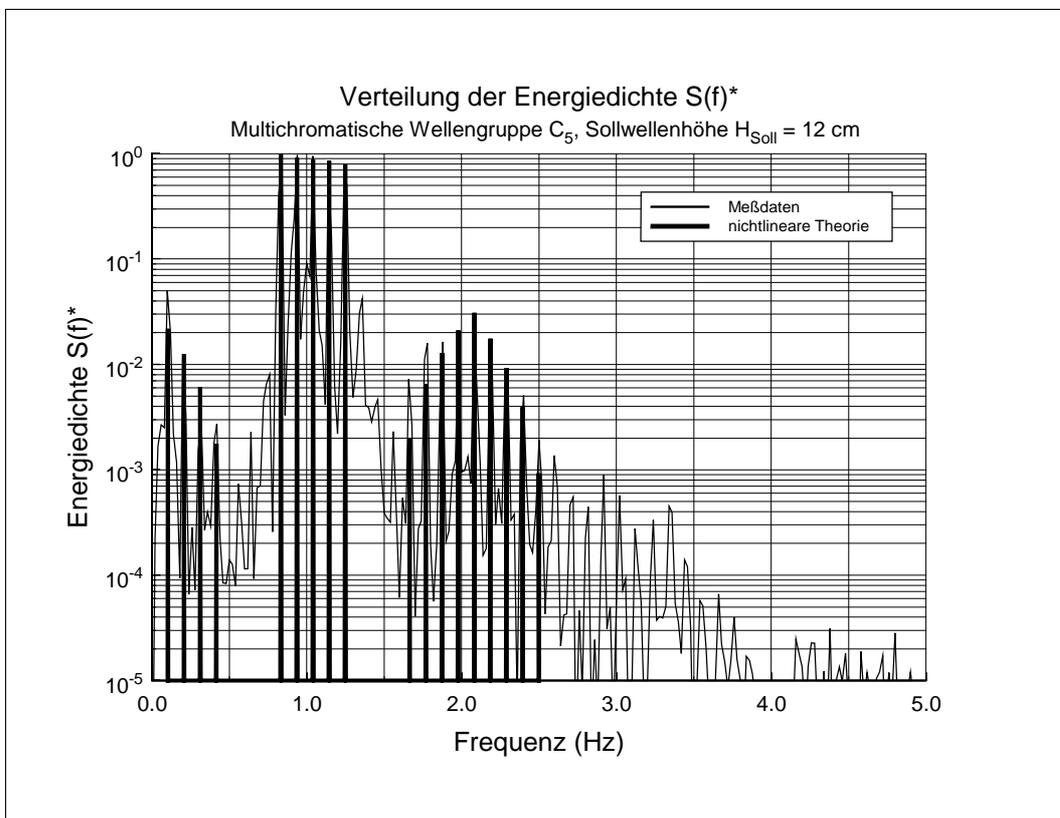


Abb. 5.23: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie

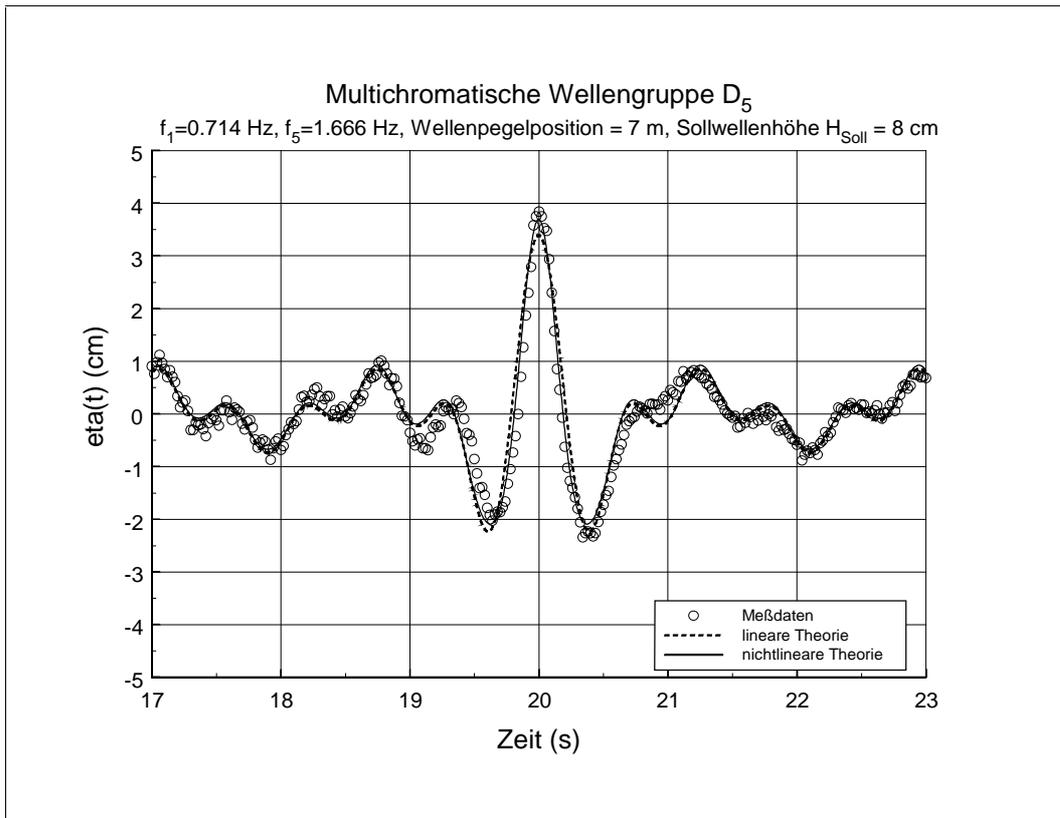


Abb. 5.24: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie (Welle D_5 , $H_{Soll} = 8$ cm)

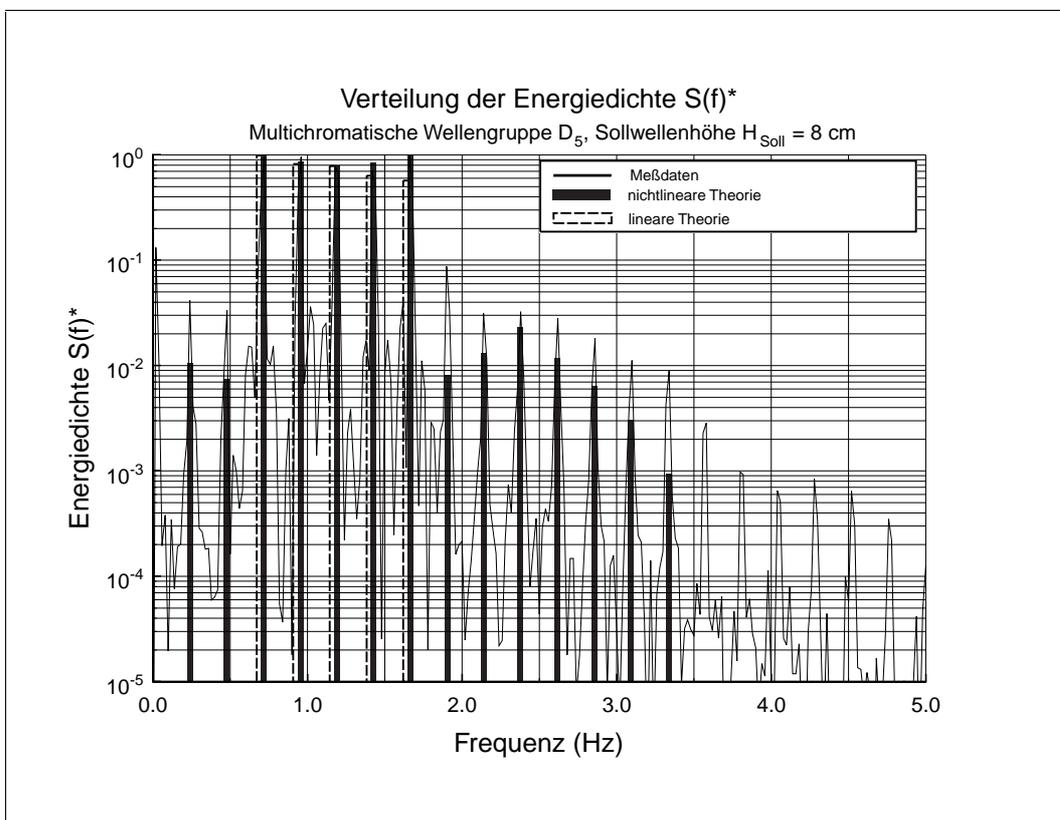


Abb. 5.25: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie

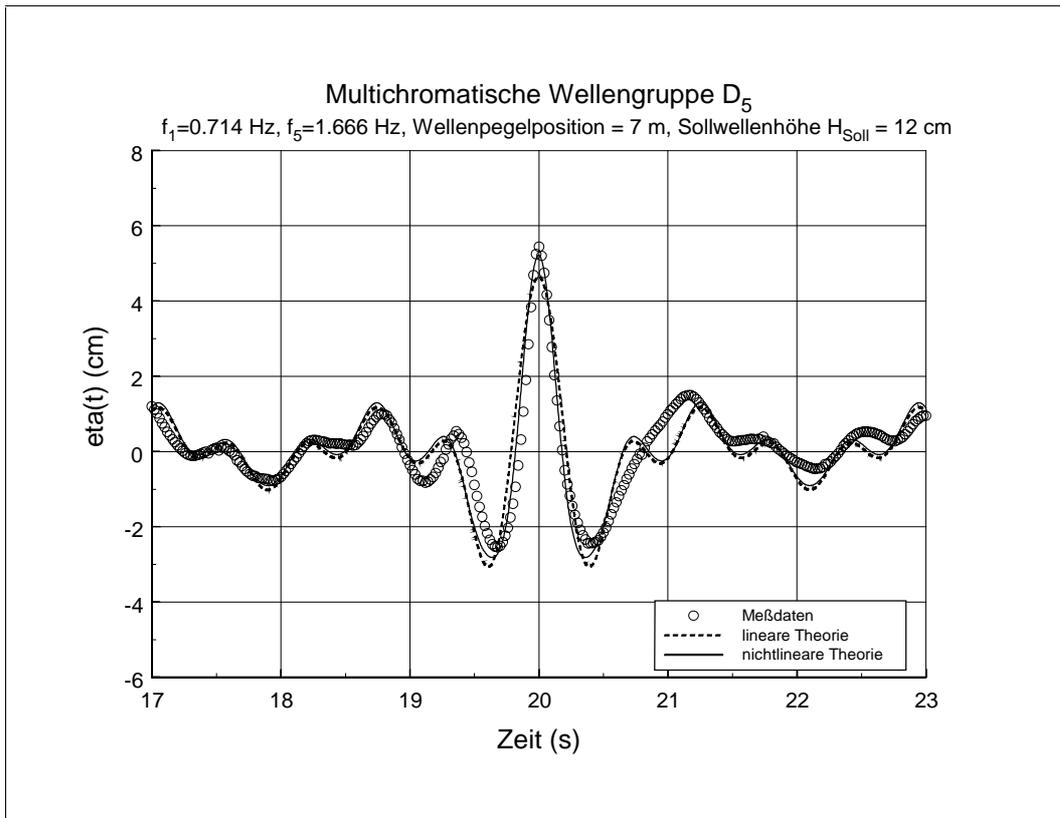


Abb. 5.26: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie (Welle D_5 , $H_{Soll} = 12$ cm)

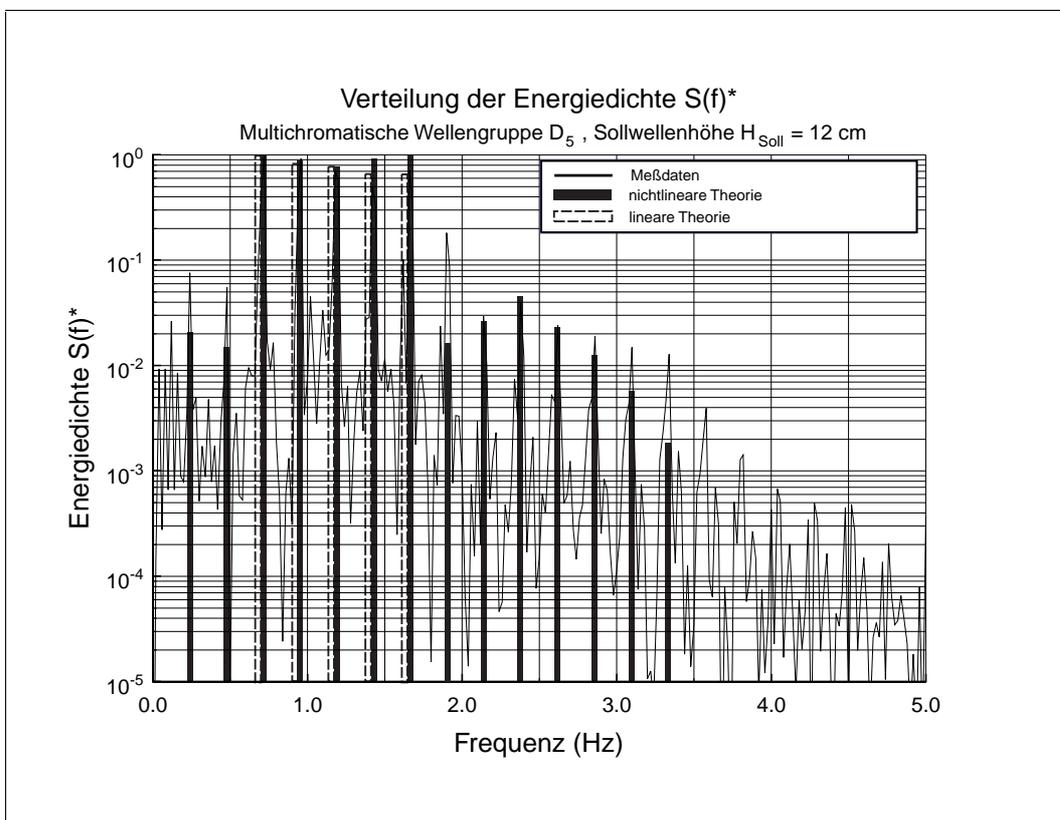


Abb. 5.27: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie

5.4.2 Wellengruppen mit 29, 50 und 100 Komponenten

Die in diesem Abschnitt vorgestellten Ergebnisse beziehen sich auf multichromatische Wellengruppen mit 29, 50 bzw. 100 Komponenten und stellen in diesem Zusammenhang realitätsnahe Randbedingungen zur Simulation von Freak Waves dar. Die Fokussierung auf einen Ort in der Wellerinne ist bei diesen multichromatischen Wellengruppen um einiges aufwendiger, als für die zuvor untersuchten Spektren mit zwei bzw. fünf Komponenten. Ein nichtlineares Ausbreitungsverhalten sowie Interaktions- und Resonanzerscheinungen bilden den Hintergrund für diese Beobachtungen. Im Vorfeld der Untersuchung mußte infolge des bereits erwähnten "*downstream shifting*" Effektes experimentell ein geeigneter theoretischer Fokussierungspunkt ermittelt werden, so daß die entstehende Freak Wave eine annähernd symmetrische Geometrie aufweist. Dieser Aspekt des räumlichen und zeitlichen Ausbreitungsverhaltens einer transienten Wellengruppe wird eingehend in Kapitel 6 diskutiert.

Die Abbildung 5.28 a und b sowie 5.29 a und b beschreiben die nichtlinearen Komponenten bis zur fünften Ordnung der Wellengruppe C_{29} bzw. D_{29} . Bereits nach einer Berechnung zweiten Grades wird für 29 fundamentale Frequenzen eine außerordentlich große Anzahl Interaktionsterme generiert, so daß die Struktur der Einzelfrequenzen in den Abbildungen 5.26 a und 5.27 a nicht mehr erkennbar ist. Ergänzend beschreiben die Abbildungen 5.26 b und 5.27 b die dreidimensionale, hochkomplexe spektrale Struktur der Komponentenanzahl der beiden Spektren in Abhängigkeit der Berechnungsordnung. Dennoch treten eindeutig Bereichsgrenzen für die sub- und superharmonischen Frequenzen der beiden Spektren hervor. Das schmale Spektrum weist nach Berechnung zweiter Ordnung keine spektralen Überschneidungsbereiche auf. Erst nach dritter Ordnung werden Frequenzen erzeugt, die mit dem fundamentalen Spektrum übereinstimmen. Es sind Resonanzerscheinungen zu erwarten. Berechnungen ab dritter Ordnung generieren grundsätzlich freie Sub- und Superharmonische im fundamentalen Spektrum.

Die multichromatische Wellengruppe D weist dahingegen bereits nach zweiter Ordnung Interaktionsfrequenzen auf, die mit Frequenzen des fundamentalen Spektrums übereinstimmen. Es ist mit dominanteren Resonanzen für das breite Spektrum zu rechnen. Höhere sub- und superharmonische Frequenzen liegen darüber hinaus immer im Überschneidungsbereich mit fundamentalen Frequenzen. Außerdem muß erwähnt werden, daß prinzipiell die gleichen Diagramme für höher komponentige Spektren (50; 100) generiert werden. Sie liefern diesbezüglich keine neuen Erkenntnisse über die zwei- bzw. dreidimensionale Struktur der Interaktionsfrequenzen.

Die Abbildungen 5.30 und 5.31 präsentieren die Ergebnisse und Vergleiche der multichromatischen Wellengruppe C mit 29, 50 bzw. 100 Komponenten mit einer Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$. Generell sind nur marginale Abweichungen zwischen diesen verschiedenkomponentigen Spektren zu beobachten, so daß im weiteren Verlauf nur noch die Wellengruppe mit 29 Komponenten erwähnt werden wird. Auch die in der Abbildung 5.30 dargestellten Oberflächenkonturen der linearen und nichtlinearen Berechnungen gründen auf dieser Komponentenanzahl. Prinzipiell sind wieder dieselben Ergebnisse anhand des visuellen Vergleichs zwischen den experimentell ermittelten Daten und den Berechnungen zu erkennen. Der Ansatz nach Theorie zweiter Ordnung beschreibt die gemessene Oberfläche exakter als nach linearer Theorie. Insbesondere die maximale und minimale Amplitude der Freak Wave werden präziser berechnet. Die spektrale Analyse bestätigt diesen Eindruck. Die Energieanteile der fundamentalen Frequenzen werden tendenziell gut berechnet. Die dieser Bestimmung zugrunde liegende empirische

Übertragungsfunktion (Anhang B) scheint für $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$ zweckmäßig zu sein. Die sub- und superharmonischen Interaktionsfrequenzen nach zweiter Ordnung können darüber hinaus sehr präzise berechnet werden. Zusammenfassend läßt sich daraus schließen, daß eine aus einem schmalen Spektrum resultierende Freak Wave durch einen Ansatz zweiter Ordnung mathematisch hinreichend genau berechnet werden kann. Die in Abbildung 5.31 zusätzlich existierenden höher nichtlinearen Frequenzen beeinflussen die Form der Freak Wave nur unwesentlich.

Für die multichromatische Wellengruppe C mit einer Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$ werden dahingegen Ergebnisse mit größeren Abweichungen erzielt. Die Abbildungen 5.32 und 5.33 dokumentieren diesen Sachverhalt. Auch in diesem Beispiel sind erneut kaum Unterschiede zwischen multichromatischen Wellen mit 29, 50 und 100 Komponenten zu erkennen. Generell erzielt die Berechnung nach Theorie zweiter Ordnung präzisere Ergebnisse als der lineare Ansatz. Der maximale Wellenberg der ermittelten Freak Wave ist um ca. 5% größer als der, der mit dem nichtlinearen Ansatz berechnet wird. Die Amplituden der angrenzenden Wellentäler der Freak Wave werden nahezu exakt beschrieben. Der Hintergrund dieser Beobachtung ist der Abbildung 5.33 zu entnehmen. Die freien sub- und superharmonischen Frequenzen sowie die gebundenen Superharmonischen werden in der spektralen Verteilung der Energiedichte sehr gut simuliert. Jedoch fällt eindeutig auf, daß die fundamentalen Frequenzen fehlerbehaftet reproduziert werden. Neben einer durchaus guten Berechnung der unteren fundamentalen Spektrumsfrequenzen, werden die mittleren und oberen Frequenzen des Spektrums unpräzise wiedergegeben. Der Hintergrund für diese Beobachtung wird zweifellos die empirisch ermittelte Übertragungsfunktion sein.

Höher frequente Energieanteile - größer dritter Ordnung - weisen im Dichtespektrum einen geringeren Stellenwert auf. Anhand der Abbildung 5.28 b wird der Frequenzbereich zwischen 2.8 und 4.0 Hz eindeutig den im Spektrum generierten superharmonischen Komponenten dritter Ordnung zuteil und die subharmonischen Frequenzen vierter Ordnung überlagern sich mit den Subharmonischen zweiter Ordnung. Zusammenfassend läßt sich konstatieren, daß eine Freak Wave, resultierend aus einem schmalen Spektrum, mit einer großen Sollwellenhöhe prinzipiell mit einem Ansatz zweiter Ordnung gut simuliert werden kann, unter der Voraussetzung, daß die Übertragungsfunktion ausreichend genau definiert ist.

Die Ergebnisse für das breite Spektrum D mit einer Sollwellenhöhe von 8 cm werden in den Abbildungen 5.34 und 5.35 präsentiert. Auch für diese Versuchskonstellation macht sich eine unterschiedlichen Komponentenanzahl $N = 29, 50$ oder 100 der Spektren nur marginal bemerkbar. Die Theorie zweiter Ordnung simuliert die gemessene Oberflächenauslenkung gut. Die maximale Amplitude der Freak Wave wird annähernd exakt berechnet, während die Wellentäler der Freak Wave geringfügig unterschätzt werden. Die Spektralanalyse in Abbildung 5.35 gibt die Ursache dieser Abweichungen an. Die Energiedichteverteilung der subharmonischen Frequenzen wird korrekt simuliert, während die der freien Superharmonischen dahingegen unzureichend berechnet wird. Die spektrale Energiedichteverteilung der Theorie zweiter Ordnung weist auf eine deutliche Trennung zwischen den Bereichen der fundamentalen und superharmonischen Frequenzen hin. Die Darstellung der spektralen Energiedichteverteilung der gemessenen Oberflächenauslenkung zeigt dahingegen einen kontinuierlichen Übergang zwischen diesen Bereichen auf. Ein Anzeichen dafür, daß Resonanzerscheinungen zwischen den Komponenten der fundamentalen und superharmonischen Bereiche für dieses Spektrum vorherrschend sind. Im direkten Vergleich zwischen dem Ansatz erster und zweiter

Ordnung weisen die Energieanteile der nichtlinearen Theorie immer einen größeren Stellenwert auf, da frequenzgleiche Komponenten der fundamentalen und superharmonischen Bereiche addiert werden. Die Analyse der spektralen Energiedichteverteilung der gemessenen Freak Wave weist einen noch größeren Energieanteil auf und resultiert aus einem überproportionalen Energiezuwachs. In der Abbildung 5.35 wird dieser Prozeß anhand eines sprunghaften Anstiegs des Energieanteils im oberen Viertel ($1,5 < f < 1,666$ Hz) des fundamentalen Spektrums identifiziert. Der Ansatz zweiter Ordnung kann diese Resonanzprozesse gleichermaßen nicht exakt simulieren, da frequenzgleiche Komponenten des Spektrums linear superpositioniert werden. Mit steigender Frequenz in der spektralen Analyse ist außerdem eine nur marginale Energieabnahme zu registrieren. Diese Beobachtung weist auf die gleichmäßig über den gesamten Frequenzbereich auftretenden höher nichtlinearen Interaktionsfrequenzen des breiten Spektrums hin und bestätigt in diesem Zusammenhang die Abbildung 5.29 b. Trotz dieser offensichtlichen Nichtlinearitäten höherer Ordnung kann konstatiert werden, daß für das Wellenspektrum D mit relativ geringer Sollwellenhöhe eine Berechnung nach der Theorie zweiter Ordnung für irreguläre Wellen durchaus geeignet ist, eine Freak Wave rechnerisch zu simulieren. Gleichzeitig muß in diesem Zusammenhang auf das Phänomen des Brechens der Freak Waves aufmerksam gemacht werden. Für diese multichromatische Wellengruppe ist zu beobachten, daß sich räumlich betrachtet kurz nach dem Fokussierungspunkt eine leicht schäumende Oberfläche bemerkbar machte. Ein Hinweis auf das sogenannte *spilling breaking*.

Zum Abschluß dieser Versuchsreihe sind in den Abbildungen 5.36 und 5.37 die Ergebnisse für die multichromatische Wellengruppe D mit einer Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 12$ cm dargestellt. Auch bei dieser Konstellation machen sich nur marginale Abweichungen zwischen unterschiedlichen Komponentenanzahlen N bemerkbar. Jedoch muß festgestellt werden, daß gleichsam die lineare und nichtlineare Theorie nicht geeignet sind die Oberflächenkontur zu simulieren. Die maximale Amplitude der Freak Wave wird vollkommen unterschätzt und die Amplituden der angrenzenden Wellentäler werden überschätzt. Ein Indiz dafür, daß diese multichromatische Welle einen hochgradig nichtlinearen Charakter aufweist. Auch die spektrale Analyse in Abbildung 5.37 liefert diesbezüglich keine Ergebnisverbesserung. Zwar werden die Energieanteile der subharmonischen Frequenzen und auch der superharmonischen Frequenzen relativ gut berechnet. Die Simulation liefert insbesondere bei der Reproduktion der fundamentalen Frequenzen große Abweichungen. Ähnlich wie bei der zuvor beobachteten Wellengruppe C mit $H_{Soll} = 8$ cm werden offensichtlich die höherfrequenten fundamentalen Komponenten des Spektrums unpräzise durch die Übertragungsfunktion bestimmt.

Dennoch weist die Spektralanalyse der gemessenen Oberflächenwelle wiederum die schon zuvor gemachten Beobachtungen auf. Ein überproportionaler Energiezuwachs im oberen Viertel ($1,5 < f < 1,666$ Hz) des fundamentalen Spektrums resultiert aus den Überlagerungsprozessen und erzeugt in diesem Bereich Resonanz und ist anhand des sprunghaften Anstiegs des Energieanteils identifiziert. Ebenso wird keine spektrale Grenze zwischen den Fundamentalen und Superharmonischen beobachtet, ein nahtloser Übergang zwischen diesen Bereichen spricht für diese Überlagerungen. Offenbar machen sich diese Nichtlinearitäten deutlicher bemerkbar als bei den zuvor untersuchten Spektren. Außerdem wird für diese Freak Wave ein eindeutiges Brechen in Form eines ausgeprägten *spilling breaking* beobachtet, das zu einer anderartigen Energieverteilungen im Spektrum führt und irreversible Transformationen innerhalb der transienten Wellengruppe ausübt.

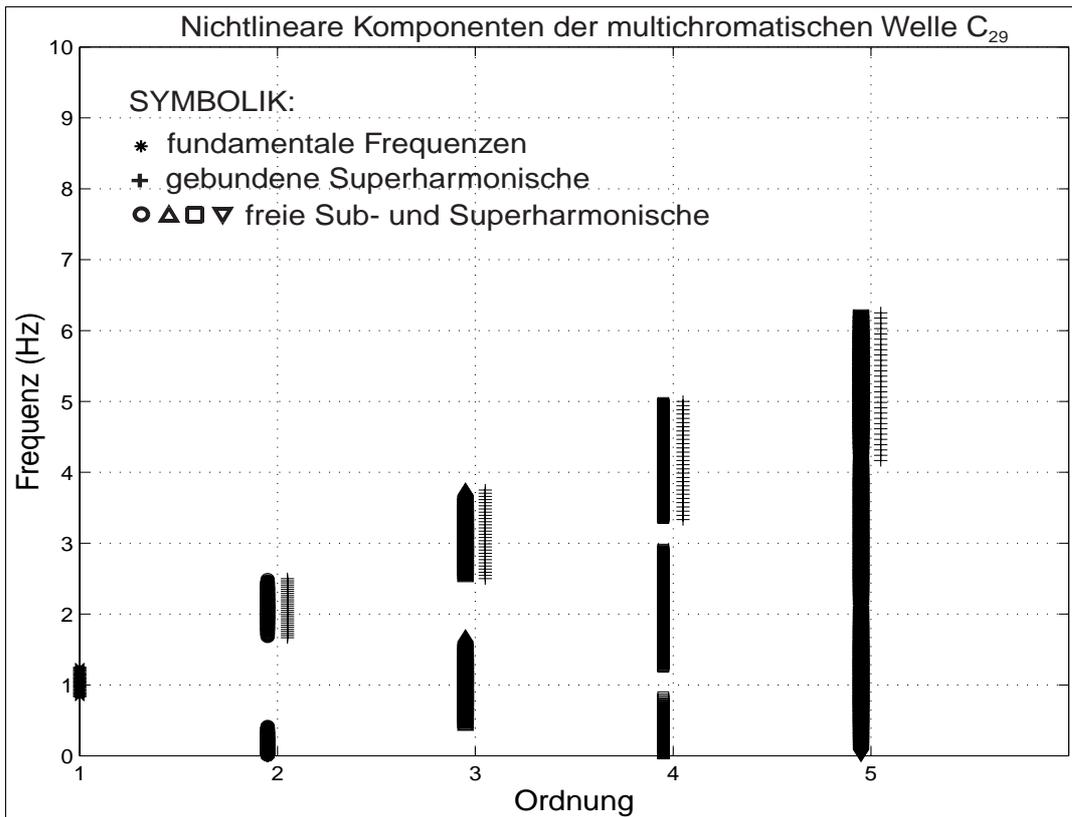


Abb. 5.28 a: Zweidimensionale Darstellung der nichtlinearen Komponenten der Wellengruppe C_{29}

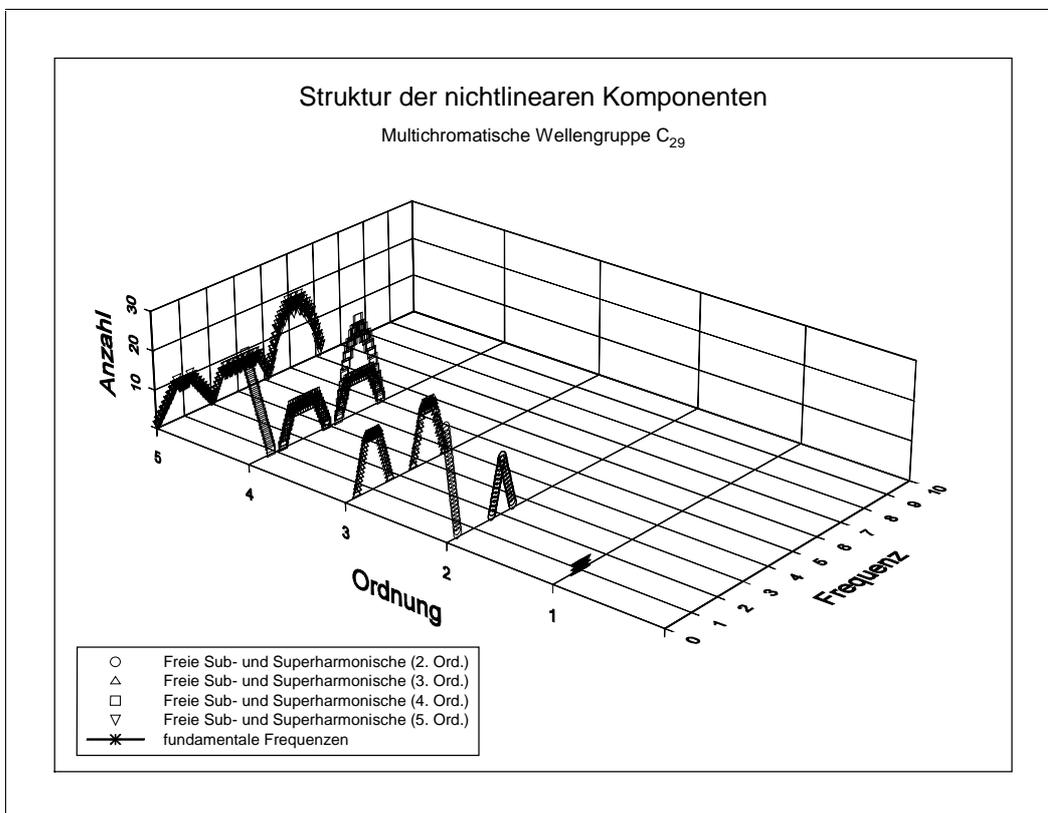


Abb. 5.28 b: Dreidimensionale Struktur der nichtlinearen Komponenten der Wellengruppe C_{29}

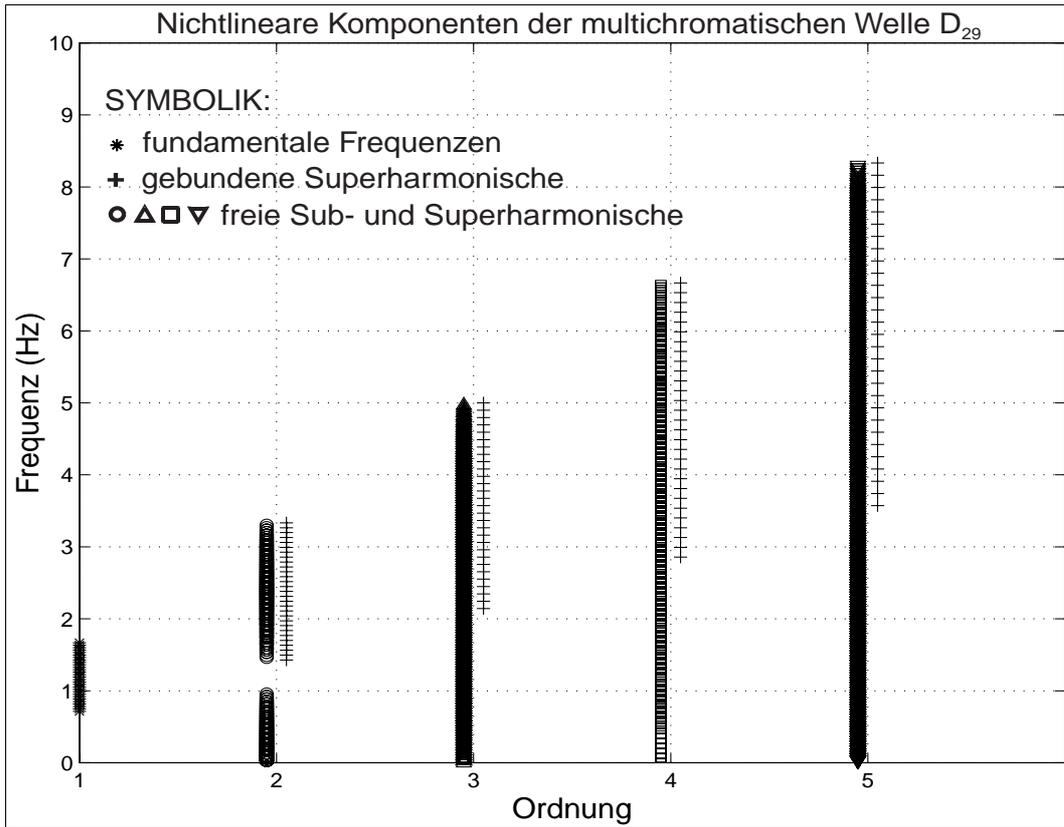


Abb. 5.29 a: Zweidimensionale Darstellung der nichtlinearen Komponenten der Wellengruppe D_{29}

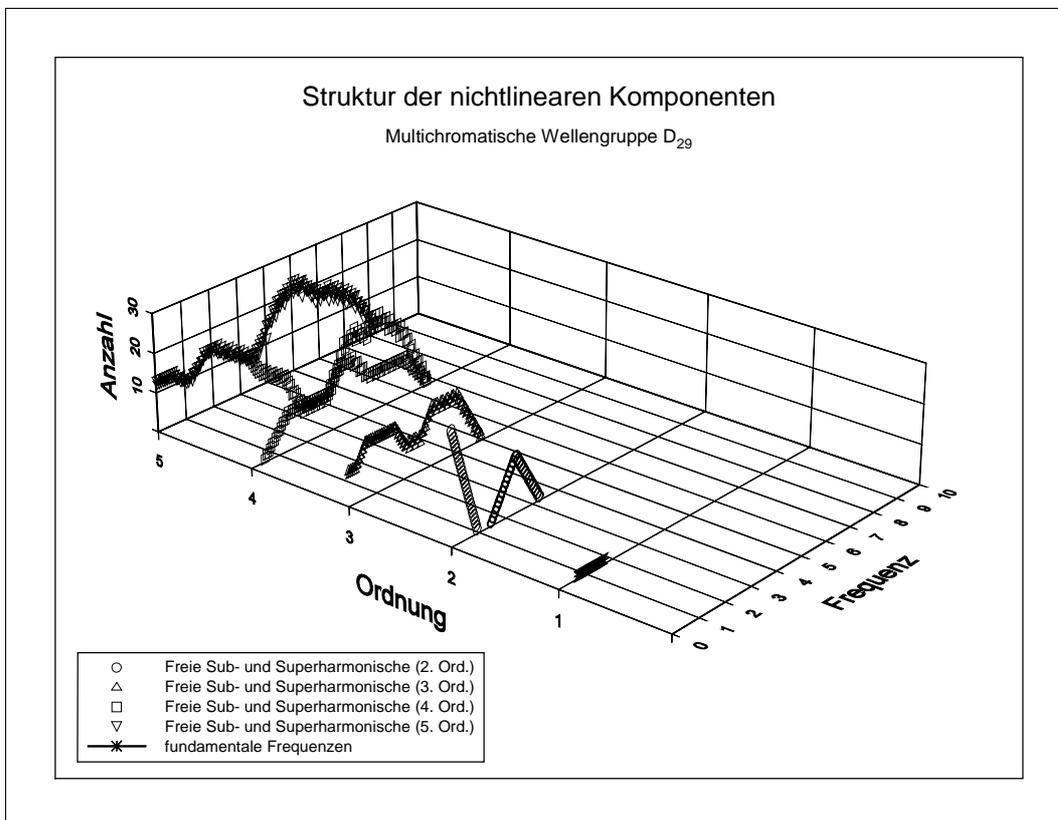


Abb. 5.29 b: Dreidimensionale Struktur der nichtlinearen Komponenten der Wellengruppe D_{29}

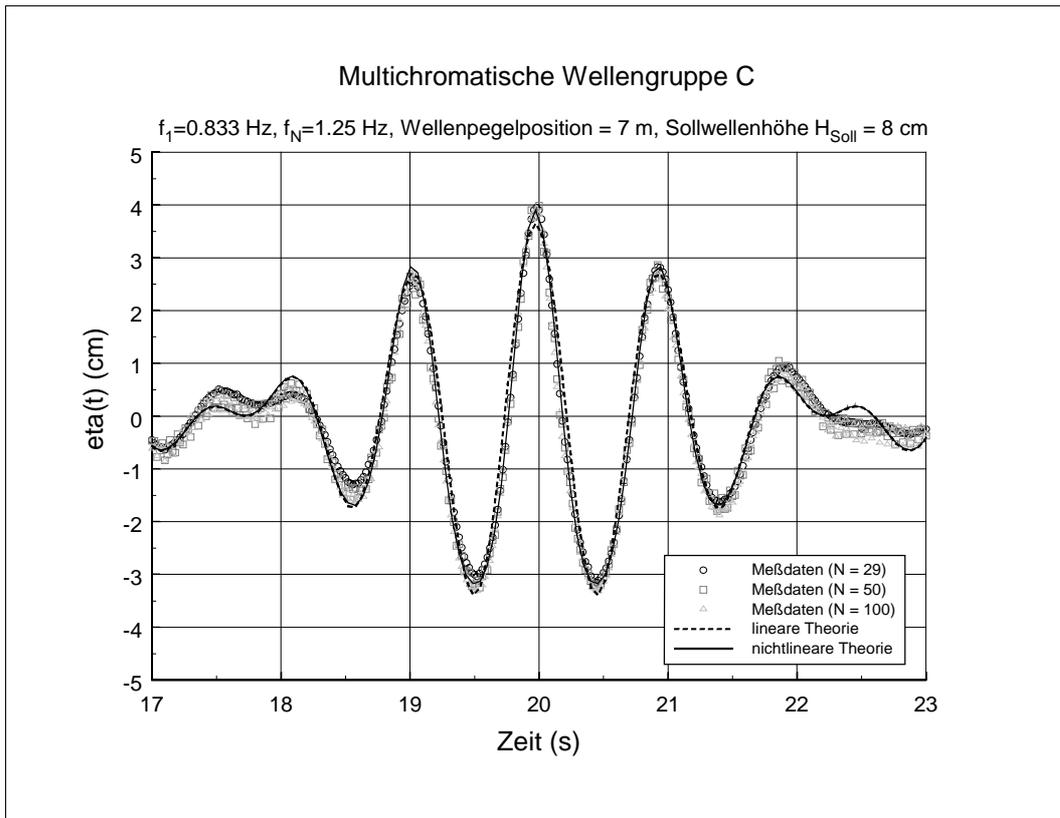


Abb. 5.30: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie (Welle $C_{29, 50, 100}$, $H_{Soll} = 8$ cm)

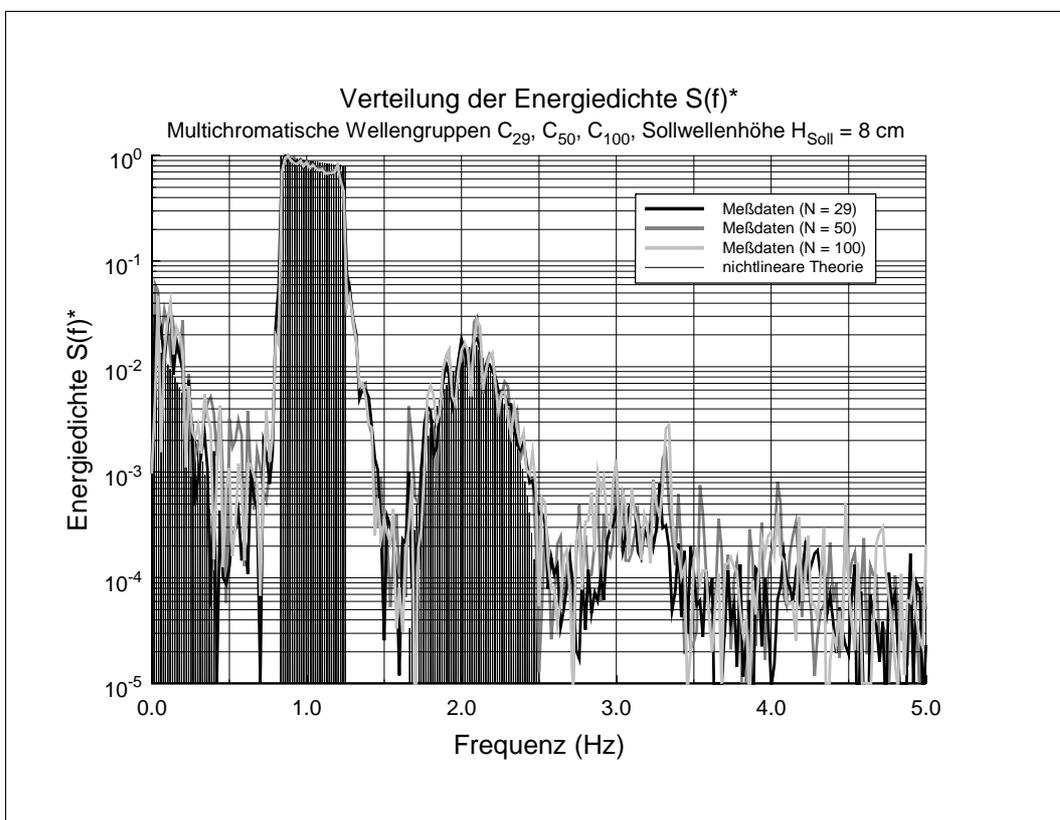


Abb. 5.31: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie

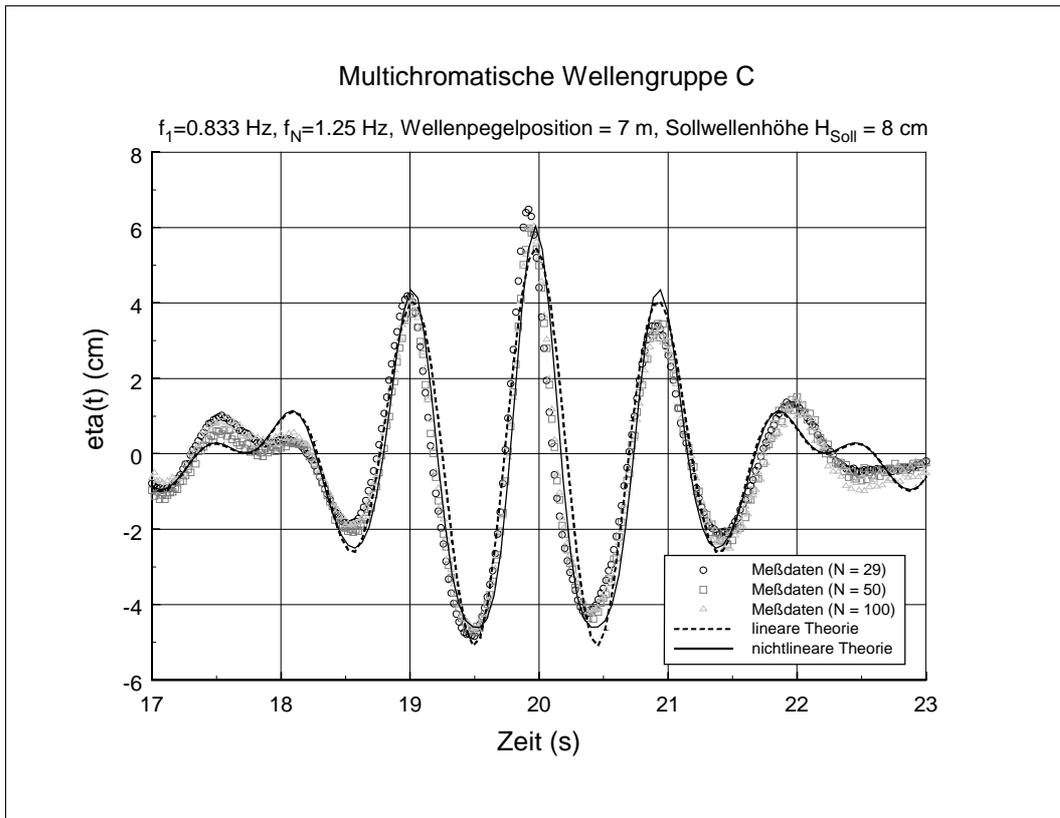


Abb. 5.32: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie (Welle $C_{29, 50, 100}$, $H_{Soll} = 12$ cm)

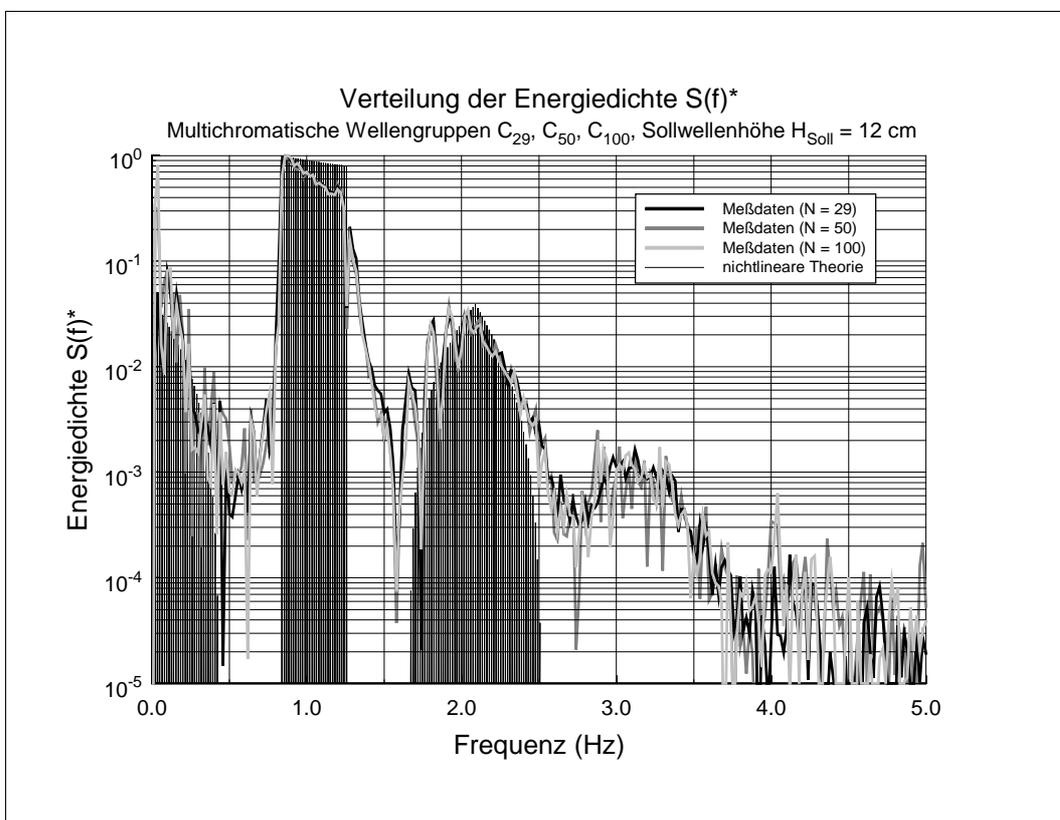


Abb. 5.33: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie

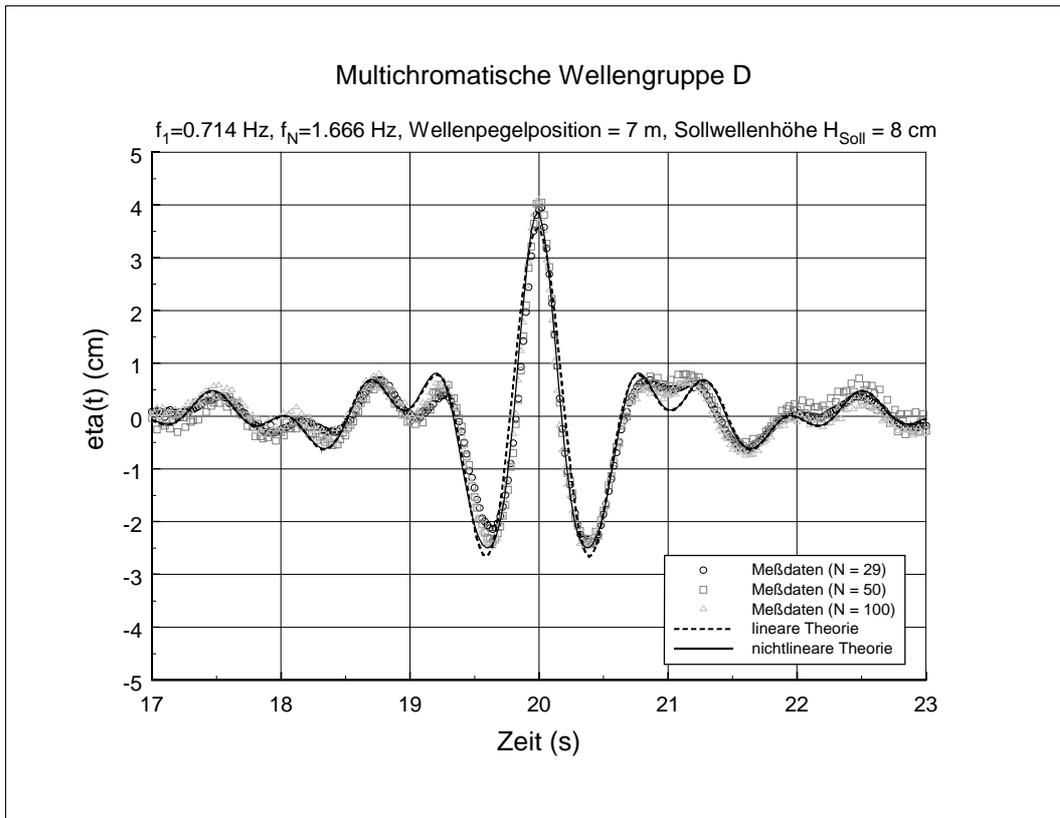


Abb. 5.34: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie (Welle $D_{29, 50, 100}$, $H_{Soll} = 8$ cm)

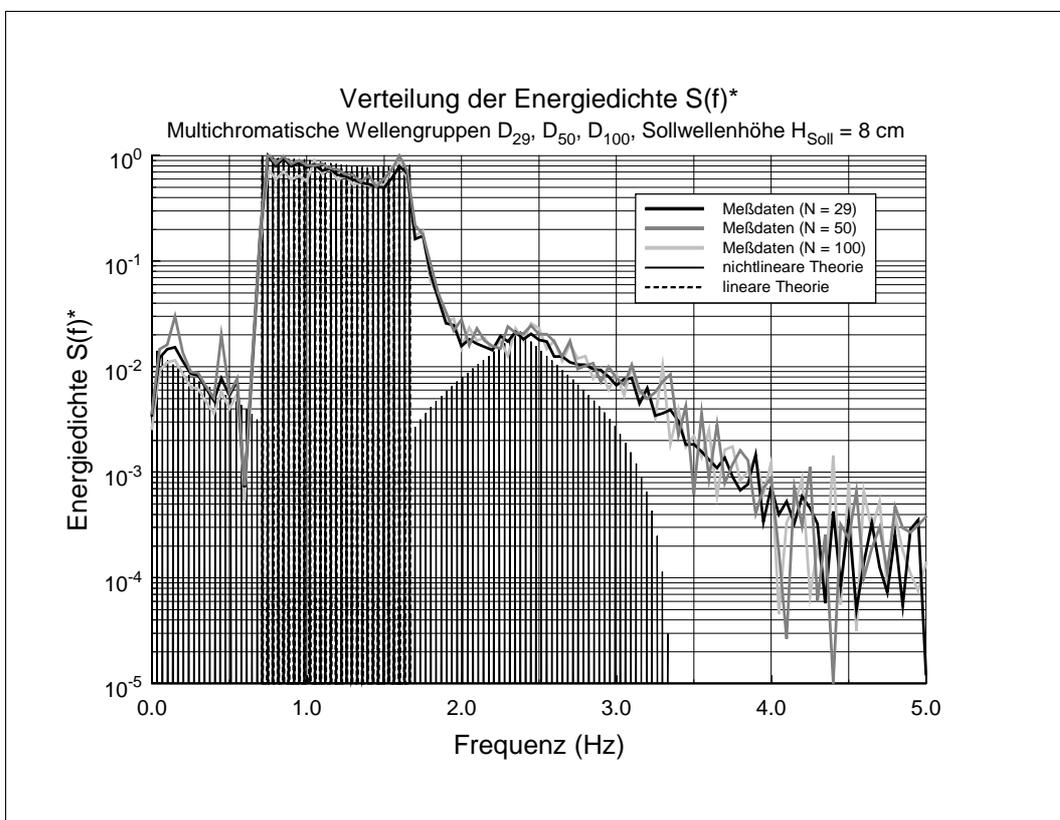


Abb. 5.35: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie

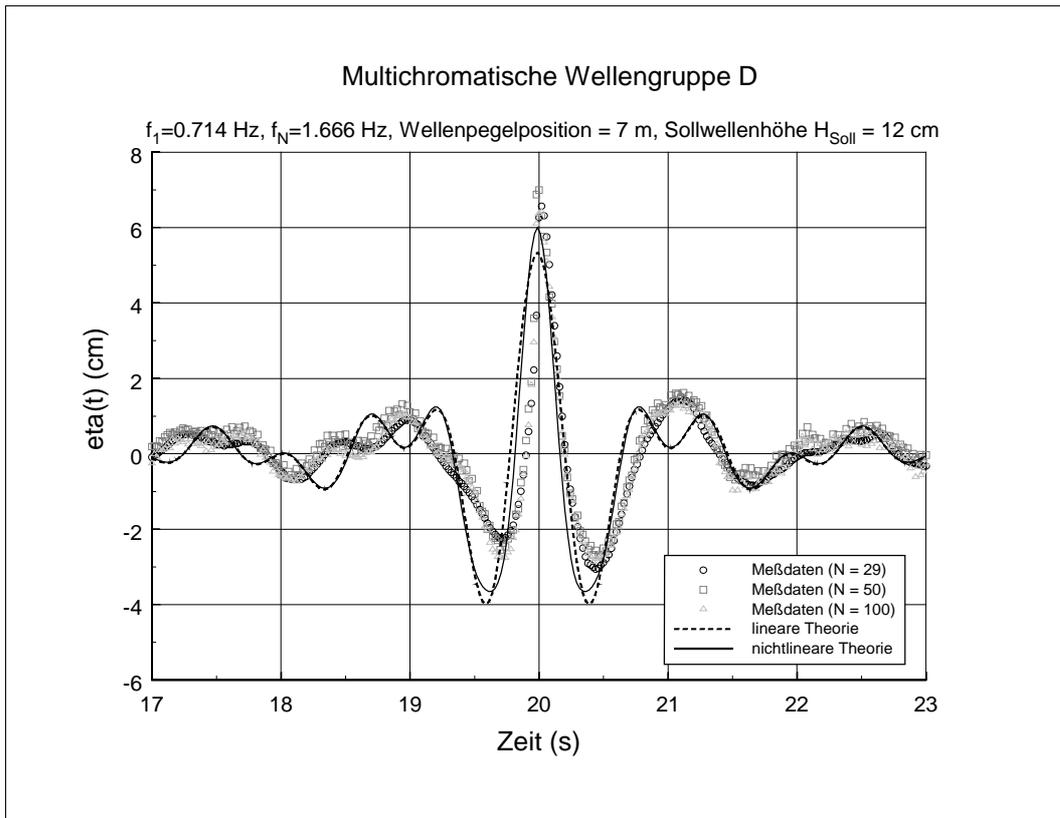


Abb. 5.36: Vergleich der Meßdaten mit linearer und nichtlinearer Theorie (Welle $D_{29, 50, 100}$, $H_{Soll} = 12$ cm)

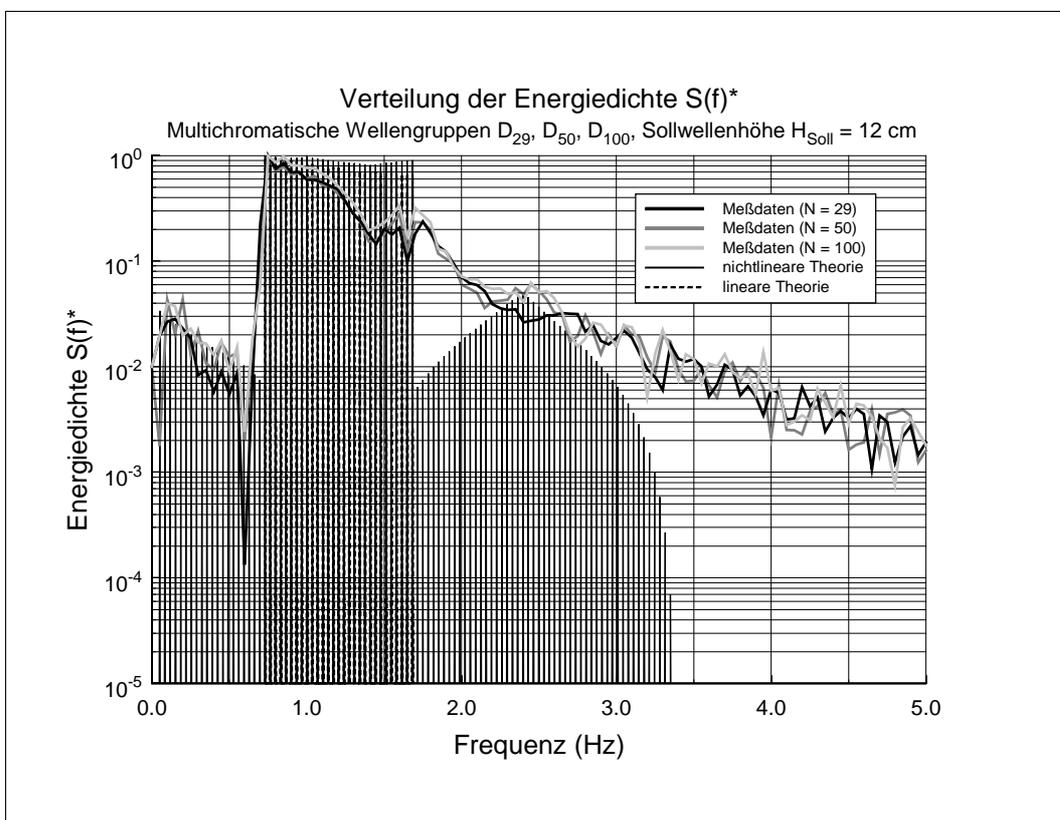


Abb. 5.37: Spektrale Energiedichte $S(f)^*$ der Meßdaten und der nichtlinearen Theorie

5.4.3 Statistische Auswertung und Diskussion der Meßergebnisse

Die im vorangegangenen Abschnitt dargestellten Meßergebnisse werden ergänzend einer statistischen Analyse unterzogen. Die Tabelle 5.7 faßt die Ergebnisse der einzelnen Versuchskonstellationen zusammen. Einerseits werden die Amplituden des maximalen Wellenbergs und -tals (Spalte 3 und 4) erfaßt und darüber die Gesamtwellenhöhe der Freak Wave H (Spalte 8) ermittelt. Andererseits wird über das Verhältnis der Amplitude des Wellenbergs und der Gesamtwellenhöhe nach der Definition von *Kjeldsen* aus Abbildung 2.4 die horizontale Asymmetrie μ (Spalte 9) der transienten Wellen berechnet. Außerdem wird die zeitliche Ausdehnung - vermeintlich Periode genannt - der Freak Wave nach dem zero-downcrossing Verfahren ermittelt (Spalte 6). Darüber hinaus wird eine weitere zeitgebundene Größe T' (Spalte 7) nach einer Empfehlung von *Kjeldsen* verwendet, die unter Verwendung der in Abbildung 2.4 angegebenen Definition zur zeitlichen Steilheit ε_t an der Frontseite der Freak Wave führt. Die räumliche Steilheit ε_x kann unter diesen (zeitlichen) Randbedingungen nicht ermittelt werden, und wird somit erst im anschließenden Kapitel 6 im Zusammenhang mit dem räumlichen Ausbreitungsverhalten der Freak Waves behandelt.

	N	H_{Soll}	A_{Berg}	A_{Tal}	$T_{z,d}$	T'	H	$\mu = A_{Berg}/H$	ε_t
		[cm]	[cm]	[cm]	[s]	[s]	[cm]	[-]	[-]
I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	5	8	3,672	3,557	0,96	0,18	7,229	0,508	0,14
C	5	12	5,565	3,890	0,94	0,20	9,455	0,589	0,20
D	5	8	3,760	2,351	0,95	0,18	6,111	0,615	0,18
D	5	12	5,441	2,542	0,96	0,18	7,983	0,682	0,20
C	29	8	3,951	3,150	0,96	0,20	7,101	0,556	0,14
C	29	12	6,483	4,809	0,95	0,18	11,292	0,574	0,22
D	29	8	3,946	2,151	0,85	0,16	6,097	0,647	0,19
D	29	12	6,568	3,057	0,90	0,20	9,625	0,682	0,25
C	50	8	3,990	3,223	0,96	0,16	7,213	0,553	0,17
C	50	12	5,985	4,727	0,96	0,20	10,712	0,559	0,20
D	50	8	4,010	2,378	0,82	0,17	6,388	0,628	0,19
D	50	12	6,990	2,730	0,88	0,21	9,720	0,719	0,24
C	100	8	3,917	3,306	0,96	0,18	7,223	0,542	0,15
C	100	12	5,956	4,702	0,96	0,18	10,658	0,559	0,22
D	100	8	4,093	2,491	0,84	0,16	6,584	0,622	0,20
D	100	12	6,411	2,860	0,86	0,18	9,271	0,692	0,27

Tab. 5.7: Statistische Auswertung der multichromatischen Wellengruppen

Einige der in der Tabelle 5.7 angeführten Parameter tauchen beachtlicherweise in der gleichen Größenordnung wie in den Analysen aus den Naturmessungen auf. Die im Labor generierten Freak Waves mit 29, 50 und 100 Komponenten weisen, obgleich der Spektrumsbreite, horizontale Asymmetrien zwischen $\mu = 0,55$ und $0,72$ auf, ähnlich den publizierten Ergebnissen von *Sand et al.* [1989] beziehungsweise von *Rozario et al.* [1993]. Darüber hinaus kann die Empfehlung von *Kjeldsen* scheinbar bestätigt werden, daß eine Freak Wave instabil wird, wenn die Steilheit ε_f an der Frontseite größer als 0,20 wird. Es wurde erwähnt, daß für die multichromatische Wellengruppe D mit 29 und mehr Komponenten ein Wellenbrechen beobachtet wird. Die für diese Konstellationen berechneten Steilheiten liegen überwiegend in derselben Größenordnung, wie der nach *Kjeldsen* definierte Grenzwert. Dieser Punkt wird noch ausführlich in Kapitel 6 diskutiert werden. In diesem Zusammenhang kann also unmißverständlich davon ausgegangen werden, daß trotz der kleinmaßstäblichen Randbedingungen im Labor realistische Verhältnisse zur Untersuchung der Phänomenologie von Freak Waves existieren. Eine weitere Frage stellt die allgemein anerkannte Definition einer Freak Wave nach Gleichung 2.8 in Bezug auf Laborbedingungen dar. Ohne Zweifel können versuchstechnisch keine 10 m hohen Wellen erzeugt werden, jedoch kann die zweite Randbedingung bezüglich dem Verhältnis der Gesamtwellenhöhe und der signifikanten Wellenhöhe überprüft werden. Die Tabelle 5.8 gibt einen Anhalt über die für die jeweilige Versuchskonstellation ermittelte signifikante Wellenhöhe $H_{1/3}$ (entspricht: H_{m0}), die nach den Gleichungen 2.3 bis 2.5 berechnet wird. Außerdem wird die jeweilige mittlere Periodendauer T_m des Spektrums anhand der Gleichungen 2.6 und 2.7 ermittelt.

Die Tabelle 5.8 listet in Abhängigkeit der Versuchskonstellation die Gesamtwellenhöhen H der Freak Wave (Spalte 4), die Varianz der Oberflächenauslenkung $\eta(x,t)^2$ (Spalte 5), das nullte Moment m_0 der spektralen Energiedichteverteilung $S(f)$ (Spalte 6), sowie die sich daraus ergebende signifikante Wellenhöhe $H_{1/3}$ bzw. H_{m0} (Spalte 7) auf. Anschließend wird das Verhältnis zwischen Gesamtwellenhöhe H und signifikanter Wellenhöhe $H_{1/3}$ aufgeführt (Spalte 8). Die Varianz der Oberflächenauslenkung ist nur als unabhängiger Kontrollwert zur Verifizierung des etwas abstrakten Parameters m_0 angegeben. Außerdem wird das zweiten Moment m_2 der spektralen Energiedichteverteilung $S(f)$ ermittelt (Spalte 9), um die mittlere Periodendauer T_m (Spalte 10) des Spektrums berechnen zu können. Vergleichsweise wird die tatsächliche mittlere Periodendauer T_M des fundamentalen Spektrums angegeben (Spalte 11), die auch in den Tabellen 4.3, 4.4, 4.5 und 4.6 durch den reziproken Wert f_M aufgeführt sind. Es ist auffällig, daß für das schmale Spektrum C diese beiden getrennt voneinander ermittelten Größen gut korrespondieren, während die mittlere Periodendauer T_m für das breite Spektrum D größtenteils kleiner als die mittlere Periode T_M des fundamentalen Spektrums ist.

Es muß darauf aufmerksam gemacht werden, daß dieses Auswertungsverfahren nicht vollständig den Anwendungskriterien gerecht wird, da einerseits eine finite Komponentenanzahl $N = 29, 50$ und 100 in den Spektren vorhanden ist und andererseits jeder Versuchsreihe eine vergleichsweise kurze Meßdauer von 50 Sekunden zugeordnet ist. Zudem wird keine *real sea state* in der Wellenrinne generiert, sondern eine multichromatische Wellengruppe an einem zuvor bestimmten Ort und zu einem festgelegten Zeitpunkt erzeugt. Dennoch werden in einem Zeitfenster von 50 Sekunden an einem beliebigen Ort in der Rinne mit der *zero-downcrossing* Methode durchschnittlich 120 Wellenzüge ermittelt und entspricht in diesem Zusammenhang absolut der von *Goda* [1985] empfohlenen Mindestanforderung, so daß die Gültigkeit dieses Auswertungsverfahrens trotz Einschränkungen gewährleistet ist.

	N	H_{Soll}	H	$\overline{\eta(x,t)^2}$	m_0	$H_{m0} = H_{1/3}$	$H / H_{1/3}$	m_2	T_m	T_M
		[cm]	[cm]	[cm ²]	[cm ²]	[cm]	[-]	[cm ² /s ²]	[s]	[s]
I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
C	5	8	7,229	1,211	1,091	4,182	1,7	1,124	0,99	0,96
C	5	12	9,455	1,544	1,536	4,962	1,9	1,744	0,94	0,96
D	5	8	6,111	0,916	0,901	3,801	1,6	1,583	0,75	0,84
D	5	12	7,983	1,376	1,348	4,649	1,7	2,449	0,74	0,84
C	29	8	7,101	0,279	0,274	2,096	3,4	0,305	0,95	0,96
C	29	12	11,292	0,632	0,618	3,148	3,6	0,725	0,92	0,96
D	29	8	6,097	0,145	0,143	1,514	4,0	0,248	0,76	0,84
D	29	12	9,625	0,263	0,262	2,049	4,7	0,539	0,70	0,84
C	50	8	7,213	0,299	0,284	2,134	3,4	0,319	0,94	0,96
C	50	12	10,712	0,633	0,614	3,137	3,4	0,687	0,95	0,96
D	50	8	6,388	0,172	0,168	1,641	3,9	0,202	0,91	0,85
D	50	12	9,720	0,257	0,253	2,014	4,8	0,432	0,77	0,85
C	100	8	7,223	0,314	0,302	2,200	3,3	0,328	0,96	0,96
C	100	12	10,658	0,648	0,625	3,165	3,4	0,683	0,96	0,96
D	100	8	6,584	0,169	0,167	1,636	4,0	0,204	0,90	0,86
D	100	12	9,271	0,228	0,218	1,869	5,0	0,423	0,72	0,86

Tab. 5.8: Bestimmung der signifikanten Wellenhöhe $H_{1/3}$ und der mittleren Periodendauer T_m

Es treten insbesondere für die fünfkomponentigen Spektren relativ große signifikante Wellenhöhen im direkten Vergleich mit den höherkomponentigen Wellenspektren $N = 29, 50$ und 100 hervor. Diese scheinbare Unstimmigkeit kann damit erklärt werden, daß für die fünfkomponentigen Spektren insgesamt vier Freak Waves in der Entfernung $7,00\text{ m}$ vom Wellenblatt innerhalb des Zeitfensters von 50 Sekunden generiert werden, während für $29, 50$ und 100 Komponenten nur eine Freak Wave im gleichen Zeitraum entsteht. Konsequenterweise ergibt sich aus diesem Sachverhalt auch eine größere signifikante Wellenhöhe für die fünfkomponentigen Spektren, wie auch aus der angegebenen Varianz der Oberflächenkontur für diese Spektren zu erkennen ist.

Unter Berücksichtigung dieser einschränkenden Bedingungen werden trotzdem außergewöhnliche Beobachtungen gemacht. Die multichromatischen Wellengruppen mit $N = 29, 50$ und 100 Komponenten können allgemein als Freak Waves gemäß der Definition nach Gleichung 1.8 interpretiert werden. Das Verhältnis der signifikanten Wellenhöhe und der Gesamtwellenhöhe der transienten Welle ist stets größer als $3,3$ und liegt damit deutlich über dem Mindestkriterium von 2 nach Gleichung 2.8. Vereinzelt treten Quotienten auf, die größer als $4,5$ sind. Darüber hinaus kann eine weitere Übereinstimmung zu realen Freak Waves aus Naturmessungen labortechnisch verifiziert werden. *Yasuda et al. [1997]* und auch *Skourup et al. [1997]* berichten, daß die größten

Freak Waves nicht zwangsläufig mit den größten signifikanten Wellenhöhen korrelieren. Exakt dasselbe Ergebnis kann auch anhand der labortechnisch reproduzierten Freak Waves erzielt werden. Die signifikante Wellenhöhe der Wellengruppe D ist stets kleiner als die der Wellengruppe C und trotzdem werden für beide Spektren Freak Waves der gleichen Größenordnung generiert ($O(H = 10 \text{ cm})$).

Der visuelle Vergleich der Oberflächenkonturen stellt die Freak Wave der Wellengruppe D als einzelnes Extremereignis mit relativ kleinen Wellenhöhen vor und nach der maximalen Oberflächenauslenkung dar. Für die Wellengruppe C wird zwar die gleiche Gesamtwellenhöhe der Freak Wave erreicht; sie tritt aber gemeinsam in einer Gruppe von hohen Wellen auf. Der Bezug zwischen einer Freak Wave im Labor und einer realen Freak Wave in einer relativ ruhigen See (Gruppe D) beziehungsweise in einem Sturmereignis (Gruppe C) darf an dieser Stelle gezogen werden. *Yasuda et al.* berichten darüber hinaus, daß gerade die in einer ruhigen See existierenden Freak Waves in der Gesamtwellenhöhe nicht mehr mit der Rayleigh Verteilung vorausgesagt werden können. Die gemessenen Amplituden der Freak Waves übersteigen die Wellenhöhen der statistischen Vorhersage. Registrierte Freak Waves in Sturmereignissen korrespondieren durchaus mit der Rayleigh Verteilung. Im Einklang mit dieser Beobachtung müssen die Nichtlinearitäten der Wellengruppe C und D gesehen werden. Das schmale Spektrum generiert Interaktionsfrequenzen höherer Ordnung, die in individuellen Frequenzbereichen liegen und untereinander geringfügig in Resonanz treten. Insgesamt führen diese Nichtlinearitäten zu einer Wellenhöhenzunahme. Das breite Spektrum erzeugt dahingegen Interaktionsfrequenzen, die sich bereits nach Betrachtung zweiter Ordnung mit fundamentalen Frequenzen überlagern und durch Resonanzerscheinungen zu einem überproportionalen spektralen Energiezuwachs und im Vergleich zur linearen Theorie zu deutlicheren Wellenhöhenzunahmen führen.

6 Zeitliches und räumliches Ausbreitungsverhalten

6.1 Datenerfassung

Um das zeitliche und räumliche Ausbreitungsverhalten von Freak Waves zu untersuchen, ist im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine alternative Meßmethodik entwickelt worden. Schlurmann & Kaldenhoff [1999] beschreiben dieses Verfahren. Der konventionelle Weg, eine transiente Welle an verschiedenen Orten in einer Wellenrinne zeitlich zu erfassen, wird dadurch gelöst, daß mehrere Wellenpegel an verschiedenen Stellen installiert werden und die Freak Wave auf einen konkreten Punkt fokussiert wird. Die Abbildung 6.1 stellt diese Art der Anwendung graphisch dar. In der Entfernung $7,00\text{ m}$ vom Wellenblatt registriert ein Wellenpegel die zeitliche Oberflächenauslenkung der auf $7,00\text{ m}$ fokussierten Freak Wave. Stehen weitere Wellenpegel zur Verfügung, können diese in der Wellenrinne räumlich vor und nach diesem Fokussierungspunkt eingebaut werden und simultan die Oberflächenauslenkung messen (z.B. Ort A oder B). Durch die oft beschränkte Anzahl an Wellenpegeln werden in anschließenden Versuchsreihen die Einbauorte der Pegel bei unveränderter Fokussierungsposition der Welle verändert, um weitere ortabhängige Informationen über das Ausbreitungsverhalten einer Freak Wave zu erfahren. Die in der Abbildung 6.1 angegebenen Entfernungen $X = X_{Fokus} - X_{Pegel}$ deuten auf die Distanzen zwischen Fokussierungspunkt der Freak Wave und den realen Wellenpegeln hin und können nach dieser Definition sowohl positive als auch negative Größen annehmen.

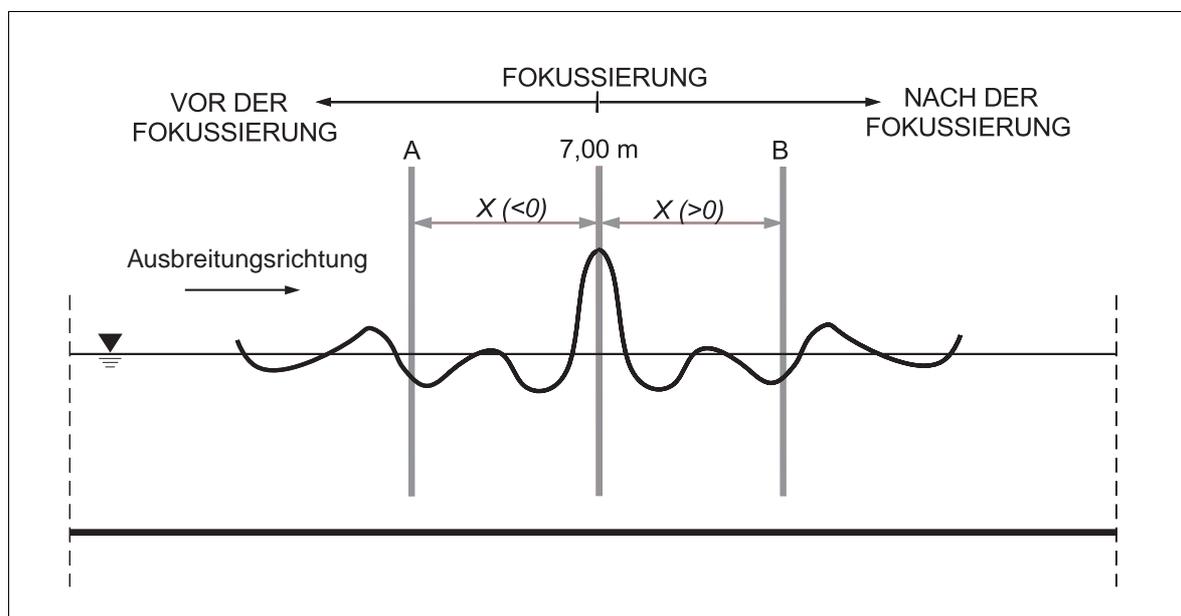


Abb. 6.1: Konventionelle Datenerfassung einer transienten Welle

Für die Versuchsreihen der vorliegenden Arbeit wird allerdings eine andere Vorgehensweise der Meßdatenerfassung verfolgt. Die Abbildung 6.2 beschreibt das Prinzip. Ein Wellenpegel wird in exakt $7,00\text{ m}$ Entfernung von der Nullposition des Wellenblatts in der Wellenrinne installiert. Anstatt den Einbauort des Pegels zu variieren, wird der Fokussierungspunkt der Freak Wave modifiziert. Bei einer phasengleichen Überlagerung der Komponenten in Punkt A' wird die Oberflächenauslenkung in der Entfernung X am realen Wellenpegel in $7,00\text{ m}$ Entfernung vom Wellenblatt registriert.

Relativ wird somit die Freak Wave räumlich vor der Fokussierung mittels des realen Wellenpegel in Punkt A erfaßt und entspricht damit einem fiktiven Wellenpegel in der Distanz $X = A' - A$ ($X < 0$). Entsprechend wird die Oberflächenauslenkung räumlich hinter der Fokussierung der Freak Wave erfaßt, wenn der Ort der phasengleichen Überlagerung entsprechend der Abbildung 6.2 auf Punkt B' festgesetzt wird. In diesem Fall wird die Oberflächenauslenkung in der Distanz $X = B' - B$ ($X > 0$) registriert. Diese Art der Untersuchung transienter Wellen ermöglicht einerseits eine zügigere Versuchsdurchführung und andererseits eine beliebige Festsetzung und Anzahl der Untersuchungspositionen. Es muß allerdings unbedingt gewährleistet sein, daß die multichromatische Wellengruppe bei jeder Versuchsdurchführung keine Abweichungen hinsichtlich der Kinematik (z.B. max. Amplitude) aufweist. Dieser Punkt wird definitiv einkalkuliert und in Anhang C wieder aufgegriffen. Ebenfalls scheint unklar, ob die jeweils angegebenen Strecken X zwischen dem Fokussierungspunkt und der Meßstelle der konventionellen und alternativen Datenerfassungsmethodik äquidistant sind. Aufgrund des nichtlinearen Ausbreitungsverhaltens einer transienten Welle kann dieser Punkt nicht sofort geklärt werden. Insbesondere der bereits angesprochene *downstream shifting* Effekt ist zu beachten.

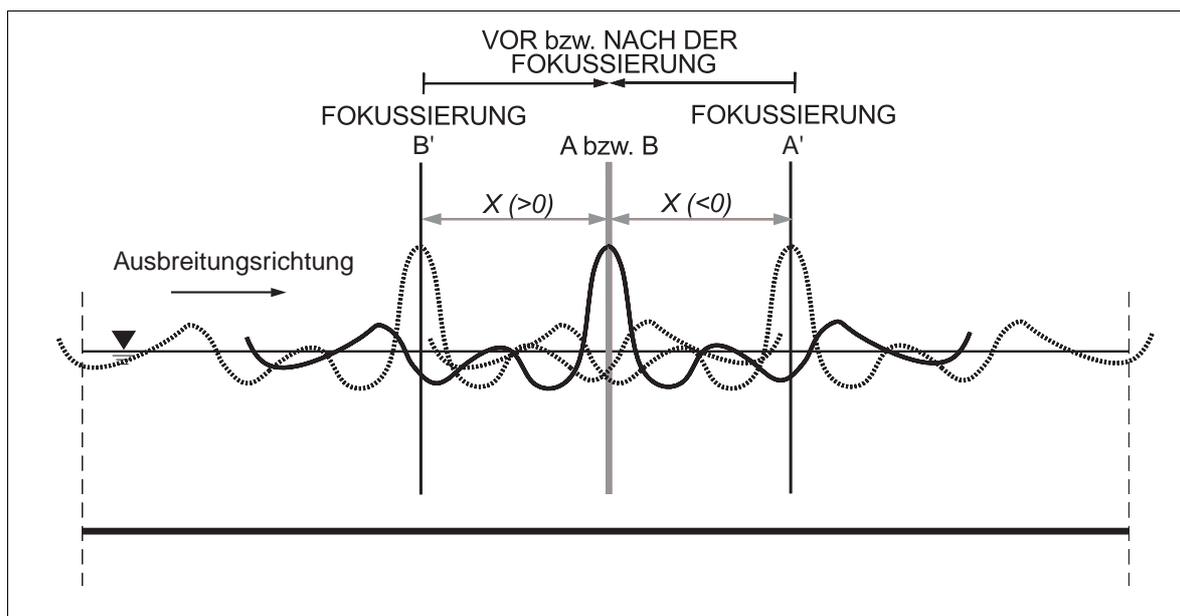


Abb. 6.2: Modifizierte Datenerfassung einer transienten Welle

In diesem Zusammenhang liefert Anhang C den experimentellen Nachweis, daß tatsächlich beide definierten Weglängen äquidistant sind. Es ist bei der Erfassung des zeitlichen und räumlichen Ausbreitungsverhaltens nur die relative Distanz zwischen festinstalliertem Pegel und Fokussierungspunkt der Welle maßgebend. Herausgestellt werden muß, daß mit diesem Verfahren das Ausbreitungsverhalten einer Freak Wave zeitlich und räumlich theoretisch mit nur einem Wellenpegel beschrieben werden kann.

Für jede Versuchskonstellation werden zahlreiche Experimente mit variierenden Fokussierungspunkten der Freak Wave durchgeführt. Einerseits kann somit die zeitliche Änderung der Wasseroberfläche an einem definiertem Ort untersucht werden. Andererseits kann durch Zusammenfügung dieser einzelnen Fokussierungspunkte die Oberflächenkontur zu einem bestimmten Zeitpunkt dargestellt werden. Da für alle

Versuche eine konstante Meßdauer von 50 s bei einer Digitalisierungsfrequenz von 50 Hz gewählt wurde, können somit 2500 verschiedene Momentaufnahmen der Freak Wave in der Wellenrinne räumlich wiedergegeben werden.

6.2 Vorüberlegungen

Die folgenden Abbildungen stellen einerseits das zeitliche und räumliche Ausbreitungsverhalten der Freak Waves unter verschiedenen Versuchskonstellationen vor. Andererseits wird aus diesen Untersuchungen die Entwicklung der zeitlichen und räumlichen Steilheit ε_t und ε_x nach den Definitionen aus Abbildung 2.4 abgeleitet. *Kjeldsen* führt diese Parameter ein, um die Geometrie einer Freak Wave zu beschreiben und insbesondere Grenzwerte aufzudecken, die das Brechen einer Freak Wave vorherzusagen vermögen. Die Anwendung einer Abschätzung der Steilheit $s = H/L$ für monochromatische Wellen ist für transienten Wellen nicht zweckmäßig, da eine transiente Welle definitiv keine stationäre Wellenlänge aufweist.

Des weiteren beschreibt *Kjeldsen* die von ihm eingeführten Steilheiten ε_x und ε_t als äquivalent. Daß das jedoch zwangsläufig für eine transiente Welle nicht geltend ist, stellt ein einfaches Gedankenmodell dar: Die Annahme funktioniert ausschließlich für eine monochromatische Welle bei einer Beschreibung mit linearer Theorie. Unter diesen Voraussetzungen sind die Amplitude des Wellenberg und –tals gleich und die Länge der Welle wird über die lineare Dispersionsrelation bestimmt. Unter diesen Voraussetzungen lassen sich die Steilheiten zeitlich und räumlich äquivalent definieren. Eine monochromatische Welle höherer Ordnung weist aber immer einen steileren, höheren Wellenberg und ein flacheres, niedrigeres Wellental aufgrund der theoretischen Überlagerung von superharmonischen Anteilen auf. Außerdem erhöht sich die Wellenlänge im Gegensatz zu einer linearen Betrachtung, wie in Anhang A übereinstimmend beschrieben wird. Diese Umstände führen dazu, daß für eine monochromatische Welle diese Äquivalenz zwischen ε_t und ε_x nur für geringe Wellenhöhen gegeben sein kann. Mit zunehmender Wellenhöhe bzw. horizontaler Asymmetrie μ wird die räumliche stets größer als die zeitliche Steilheit sein. Es wird gezeigt, daß diese kinematischen Zusammenhänge auch für transiente Wellen zu beobachten sind.

6.3 Darstellung des zeitlichen und räumlichen Ausbreitungsverhalten für die multichromatischen Wellengruppen C und D mit 5 Komponenten

Die Abbildung 6.3 präsentiert die zeitliche Entwicklung der multichromatischen Wellengruppe C mit $N = 5$ Komponenten und einer Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$. Explizit ist die Freak Wave an fünf Positionen in jeweils einem individuellen Diagramm dargestellt. Das mittlere Diagramm beschreibt die Freak Wave in der Distanz $X = 0,00 \text{ m}$ und weist darauf hin, daß die Fokussierung X_{Fokus} identisch mit der Pegelposition X_{Pegel} ist. Für diese Konstellation ist der *downstream shifting* Effekt also nicht zu beobachten. Die Meßdaten dieses Diagramms sind bereits zuvor in Abschnitt 5 (Abb. 5.20) im Vergleich zwischen linearen und nichtlinearen Ansatz abgebildet worden. An dieser Stelle wird allerdings auf einen erneuten Vergleich der Meßdaten und der Theorie auch für die anderen vier Meßstellen verzichtet, da keine neuen Erkenntnisse zu erwarten sind. Die nichtlineare Theorie wird auch für die anderen Distanzen X präzisere Ergebnisse als der lineare Ansatz liefern. Eindeutig ist der Abbildung 6.3 zu entnehmen, daß sich die Freak

Wave mit einem zeitlich gleichförmigen Ausbreitungsverhalten entwickelt und zum Zeitpunkt $T = 19,82 \text{ s}$ eine maximale Amplitude am Wellenpegel $X = 0,00 \text{ m}$ aufweist. Im Gegensatz dazu liefert die Abbildung 6.4 einen Anhaltspunkt über das räumliche Ausbreitungsverhalten dieser Freak Wave. Diese Abbildung beinhaltet ebenfalls fünf Diagramme, die jeweils eine Momentaufnahme der Wellengruppe auf einer Breite von $3,00 \text{ m}$ in der Rinne darstellen. Jedes Diagramm wird durch die simultane Darstellung der durch verschiedene Fokussierungspunkte ermittelten Meßdaten der Oberflächenauslenkung erzeugt. Jedes Kreissymbol repräsentiert somit eine relative Distanz X zwischen Fokussierungspunkt der Freak Wave und der Position des Wellenpegels. Um den Eindruck einer geschlossenen Oberfläche zu vermitteln, sind die Punkte durch eine kubische Spline-Funktion miteinander verbunden. Das mittlere Diagramm der Abbildung 6.4 steht in direktem Bezug zu dem aus der Abbildung 6.3. Es ist der Zeitpunkt $T = 19,82 \text{ s}$ dargestellt und demonstriert somit die maximale Auslenkung der Freak Wave im Fokussierungspunkt $X = 0,00 \text{ m}$. Die vier weiteren Diagramme stellen die transiente Welle zu anderen diskretisierten Zeiten dar ($\Delta t = 0,2 \text{ s}$). Aufgrund dieser zeitlichen Abfolge kann der Freak Wave eine Ausbreitungsgeschwindigkeit ähnlich der einer monochromatischen Welle zugeordnet werden. Verfolgt man die maximalen Oberflächenauslenkungen der Welle, so ergibt sich eine konstante Ausbreitungsgeschwindigkeit von ca. $1,25 \text{ m/s}$. Dieser Wert entspricht ungefähr der individuellen Phasengeschwindigkeit der mittleren Komponente des generierten Spektrums ($f_M = 1.042 \text{ Hz}$).

Die Abbildung 6.5 und 6.6 beschreiben detaillierter die Entwicklung der Steilheit dieser Freak Wave. Jede Abbildung beinhaltet drei Diagramme. Das Obere visualisiert jeweils die zeitliche bzw. räumliche Entwicklung der maximalen Amplitude der Wellengruppe. Nach den Definitionen der Abbildung 2.4 stellt das mittlere Diagramm jeweils die Entwicklung des spezifischen Zeitparameter T' [s] bzw. der spezifischen Länge L' [m] dar. Das untere Diagramm stellt jeweils auf Grundlage der zuvor ermittelten Größen die berechnete zeitliche bzw. räumliche Steilheit ε_t bzw. ε_x dar. Eindeutig ist die mathematische Abhängigkeit dieser Parameter festzustellen. Generell sind die zeitliche bzw. räumliche Steilheit maximal, wenn die Amplitude der Freak Wave ebenfalls maximal ist und T' bzw. L' minimale Werte annehmen. Für die multichromatische Welle mit einer Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$ sind maximale Steilheiten $\varepsilon_t = 0,15$ und $\varepsilon_x = 0,15$ zu beobachten. Für diese geringe Wellenhöhe bzw. horizontale Asymmetrie $\mu = 0,51$ (Tab. 5.7) des schmalen Spektrums ist die von Kjeldsen angesprochene Äquivalenz durchaus gewährleistet. Die Gradienten der Steilheiten sind vor und nach dem Maximalwert $\varepsilon_t = 0,15$ bzw. $\varepsilon_x = 0,15$ identisch. Es finden keine irreversiblen Interaktionsprozesse während der Fokussierung der Freak Wave statt.

Prinzipiell sind für die Wellengruppe C mit der größeren Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$ die gleichen Tendenzen festzustellen. Abbildung 6.7 visualisiert die zeitliche Entwicklung dieser Freak Wave. Der *downstream shifting* Effekt läßt sich für diese Konstellation einwandfrei beobachten, da die Freak Wave für eine relative Distanz $X = 0,10 \text{ m}$ die größte Amplitude und eine nahezu symmetrische Geometrie aufweist. Die Meßdaten dieses Diagramms sind bereits zuvor in Abbildung 5.22 im Vergleich mit den mathematischen Ansätzen zur Anwendung gekommen. Abbildung 6.8 beschreibt das räumliche Ausbreitungsverhalten dieser Freak Wave. Das mittlere Diagramm steht wiederum in direktem Bezug zum mittleren Diagramm der vorherigen Abbildung. Zum Zeitpunkt $T = 19,86 \text{ s}$ wird die maximale Amplitude am Ort $X = 0,10 \text{ m}$ registriert. Diese transiente Welle breitet sich mit einer Geschwindigkeit von $1,38 \text{ m/s}$ aus, was nahezu exakt der

individuellen Phasengeschwindigkeit der mittleren Komponente der Spektrums entspricht ($f_M = 1,042 \text{ Hz}$, $c = 1,35 \text{ m/s}$). Die Abbildungen 6.9 und 6.10 stellen die Entwicklung der zeitlichen und räumlichen Steilheit dar. Für diese Wellengruppe kann nur ungefähr eine äquivalente Größenordnung der Steilheiten ($\varepsilon_t = 0,2$ und $\varepsilon_x = 0,22$) ermittelt werden. Gleichzeitig entsprechen diese Steilheiten dem von Kjeldsen angegebenen kritischen Wert, bei dessen Überschreitung ein Brechen der transienten Welle auftreten soll. Dieser Vorgang kann jedoch für diese Wellengruppe nicht beobachtet werden. Auch für diese Wellengruppe sind die Gradienten der Steilheiten um die Maximalwert $\varepsilon_t = 0,2$ bzw. $\varepsilon_x = 0,22$ identisch.

Die Abbildung 6.11 und 6.12 repräsentieren das zeitliche und räumliche Ausbreitungsverhalten der transienten Welle des breiten Spektrums D mit einer Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$. Für eine relative Distanz $X = 0,00 \text{ m}$ wird eine maximale Oberflächenauslenkung zum Zeitpunkt $T = 19,76 \text{ s}$ registriert. Die Freak Wave wird vergleichsweise zum schmalen Spektrum sehr schnell generiert. In Punkt $X = -1,00 \text{ m}$ ist die später fokussierende Freak Wave fast nicht zu lokalisieren. Ebenso schnell, wie sich die Welle aufbaut, ist sie in der Entfernung $X = 1,00 \text{ m}$ wieder verschwunden. Die räumliche Darstellung dieser Freak Wave wird in Abbildung 6.12 gezeigt. Die Welle breitet sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von $1,25 \text{ m/s}$ in der Wellenrinne aus, und entspricht exakt der individuellen Phasengeschwindigkeit der mittleren Komponente des Spektrums ($f_M = 1,191 \text{ Hz}$, $c = 1,25 \text{ m/s}$). Die Abbildungen 6.13 und 6.14 belegen diese Beobachtungen. In einem relativ kurzen Zeitraum wächst die Amplitude der Freak Wave auf einen Maximalwert an. Gleichzeitig nehmen ebenso schnell die Steilheiten ε_t und ε_x zu und erreichen Maximalwerte von $0,22$ bzw. $0,25$. Während der Versuchsdurchführung wird ein schwaches Brechen (*spilling-breaking*) der Welle beobachtet. Im Gegensatz zu den Freak Waves des schmalen Spektrums wird eine leichte Asymmetrie in der Entwicklung der Steilheiten festgestellt. Der Gradient der Steilheiten vor der Fokussierung ist geringer als der, der danach auftritt. Außerdem baut sich die Freak Wave des breiten Spektrums in einem kürzeren Zeitraum bzw. auf einer kürzeren Strecke auf, so daß die Gradienten der Steilheiten vergleichsweise zum schmalen Spektrum viel prägnanter sind. In diesem Punkt liegt der Hintergrund für die Beobachtung, daß die Freak Waves des breiten Spektrums unvermittelter in einem engeren Zeitfenster entstehen.

Die Ergebnisse der multichromatischen Wellengruppe mit einer Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$ werden in den Abbildungen 6.15 bis 6.18 präsentiert. Generell sind die gleichen Tendenzen hinsichtlich des Ausbreitungsverhaltens zu beobachten. Der *downstream shifting* Effekt macht sich deutlich bemerkbar, da eine symmetrische Geometrie der Freak Wave erst für $X = 0,30 \text{ m}$ auftritt. An diesem Ort wird allerdings nicht die maximale Amplitude registriert - die Welle steilt sich noch weiter auf und erreicht erst zu einem Zeitpunkt $T = 20,25 \text{ s}$ eine maximale Oberflächenauslenkung. Diese räumliche Entwicklung der Freak Wave macht auf das Phänomen des Brechens (*spilling-breaking*) aufmerksam. Die transiente Welle bricht nach dem Erreichen der maximalen Amplitude abrupt zusammen. Diese Beobachtung kann detaillierter durch die Abbildungen 6.17 und 6.18 beschrieben werden. Die Entwicklung der zeitlichen Steilheit verläuft ähnlich zu der, der vorherigen Wellengruppe mit geringerer Sollwellenhöhe. Der Gradient der Steilheit vor der Fokussierung ist geringer als der, der nach diesem Punkt auftritt. Für den bereits erwähnten Zeitpunkt $T = 20,25 \text{ s}$ wird mit $\varepsilon_t = 0,30$ ein Maximalwert erreicht. Nach dieser Momentaufnahme fällt die Steilheit der Welle kontinuierlich ab.

Die Analyse der räumlichen Steilheit umfaßt zusätzliche Aspekte, die während der Fokussierung der Freak Wave entstehen. Einerseits ist prinzipiell wiederum die Tendenz

zu beobachten, daß die räumliche Steilheit ε_x vor der eigentlichen Fokussierung einen kleineren Gradienten als nach diesem Punkt aufweist. Andererseits kommt es während der schrittweisen Zunahme von ε_x erstmals bei $X = -0,1 \text{ m}$ zu einem plötzlichen Anstieg des Parameters L' , der sich sofort in einer Amplituden- bzw. Steilheitsreduzierung auswirkt. Dieser Prozeß kann aber nicht vollendet werden, da die Amplitude darüber hinaus zum Fokussierungspunkt weiter zunimmt und zwangsläufig die Steilheit ε_x der Freak Wave konsequenterweise anwächst. Erst für $X = 0,20 \text{ m}$ kommt es zu einer Sättigung dieser Größe und es wird eine maximale Steilheit $\varepsilon_x = 0,36$ erreicht. Die Steilheit der Welle nimmt nicht weiter zu und verbleibt bis zum Punkt $X = 0,25 \text{ m}$ konstant auf diesem Niveau. Daran anschließend kommt es zu einer plötzlichen Dezimierung der Steilheit ε_x , da die spezifische Länge L' gleichzeitig sprunghaft ansteigt. Jedoch verringert sich die Amplitude der Freak Wave während dieses Prozesses vergleichsweise geringfügig.

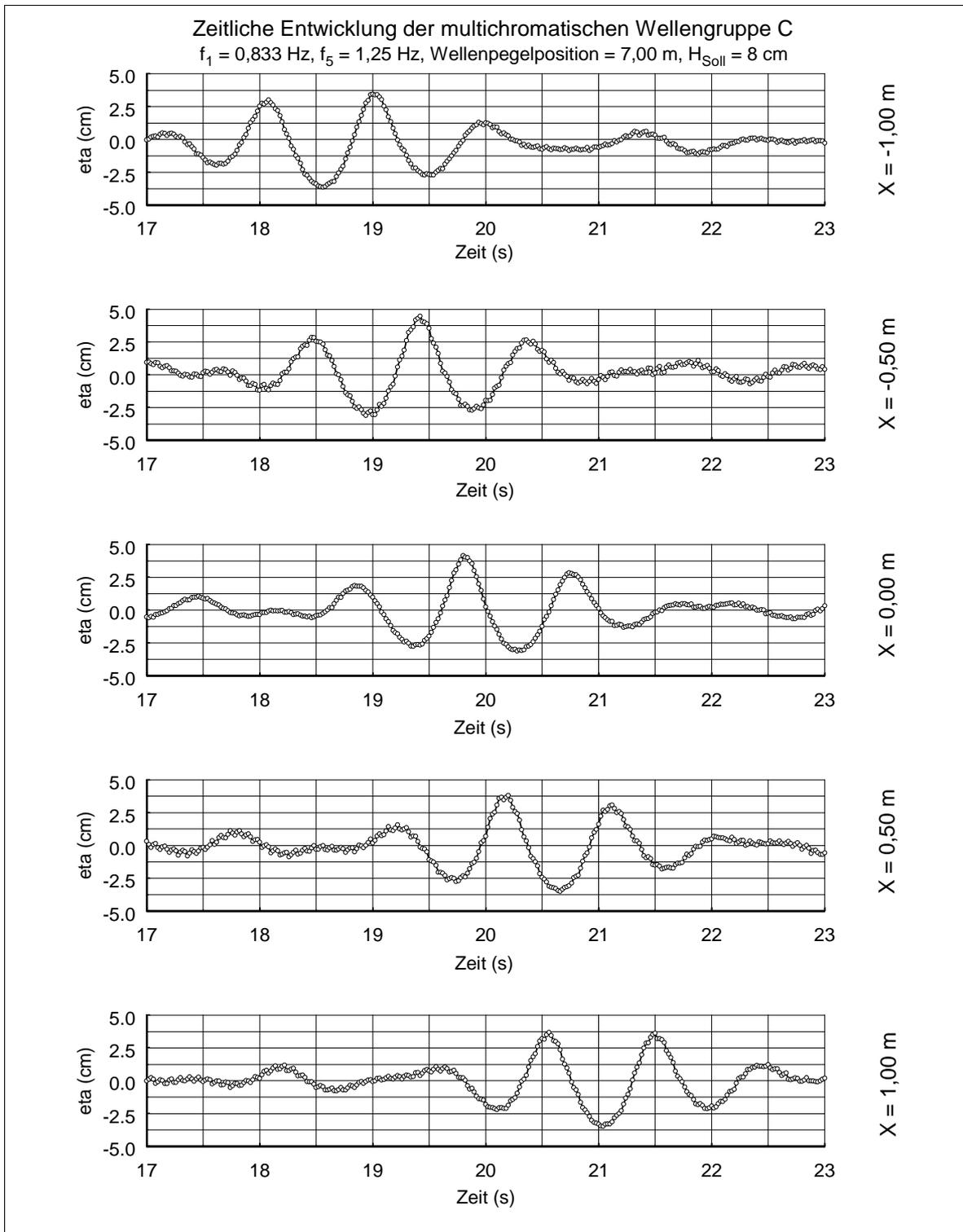


Abb. 6.3: Zeitliche Entwicklung der Wellengruppe C_5 , $H_{\text{Soll}} = 8 \text{ cm}$

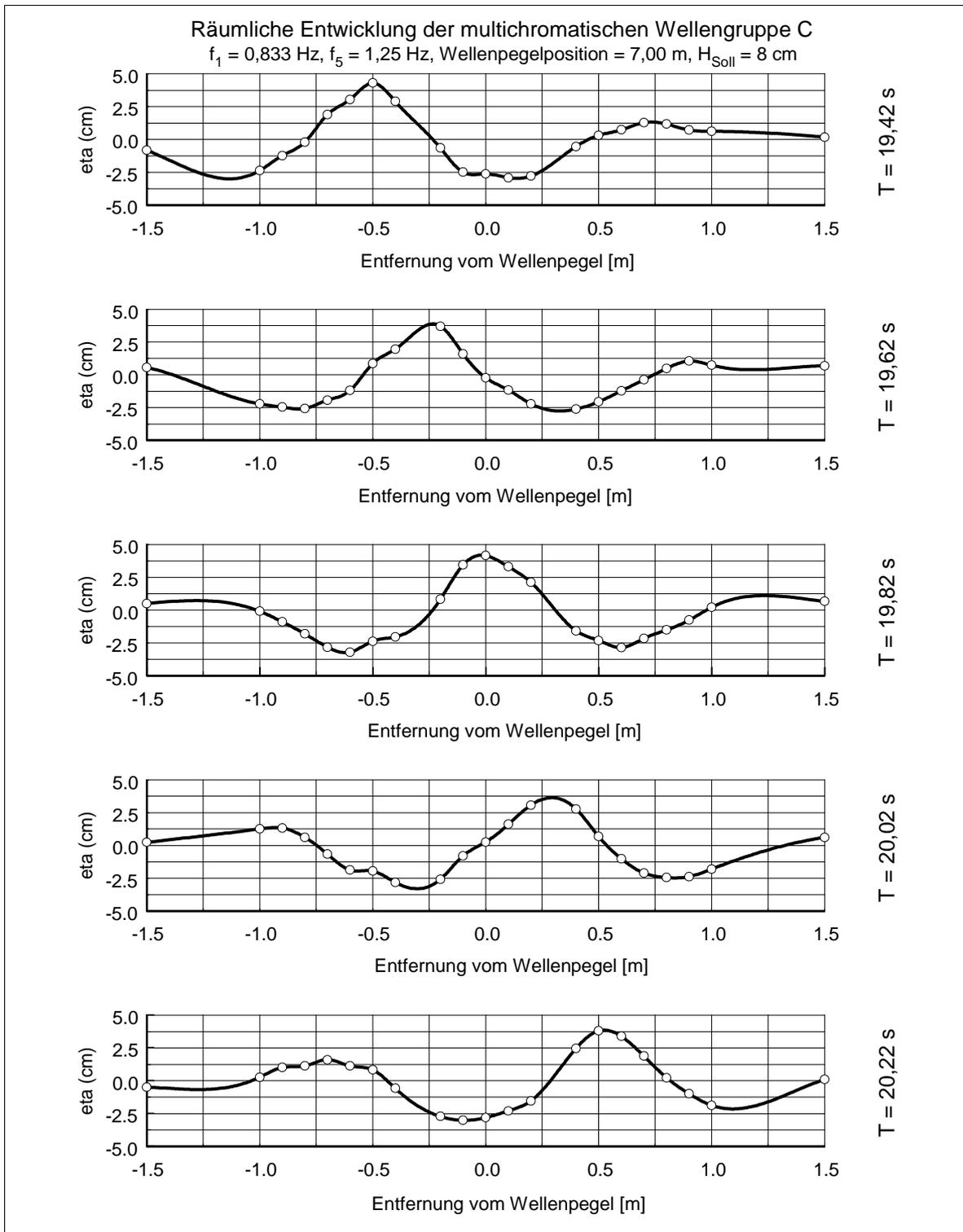


Abb. 6.4: Räumliche Entwicklung der Wellengruppe C_5 , $H_{\text{Soll}} = 8 \text{ cm}$

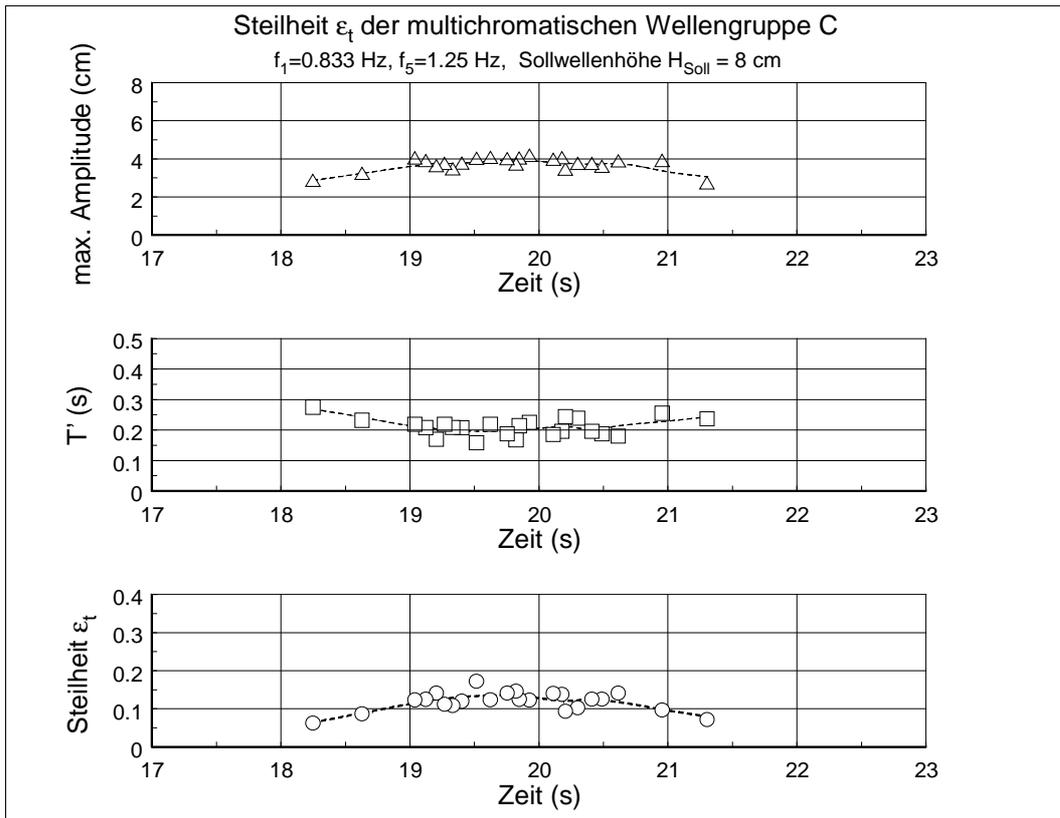


Abb. 6.5: Entwicklung der zeitlichen Steilheit ε_t (C_5 , $H_{Soll} = 8$ cm)

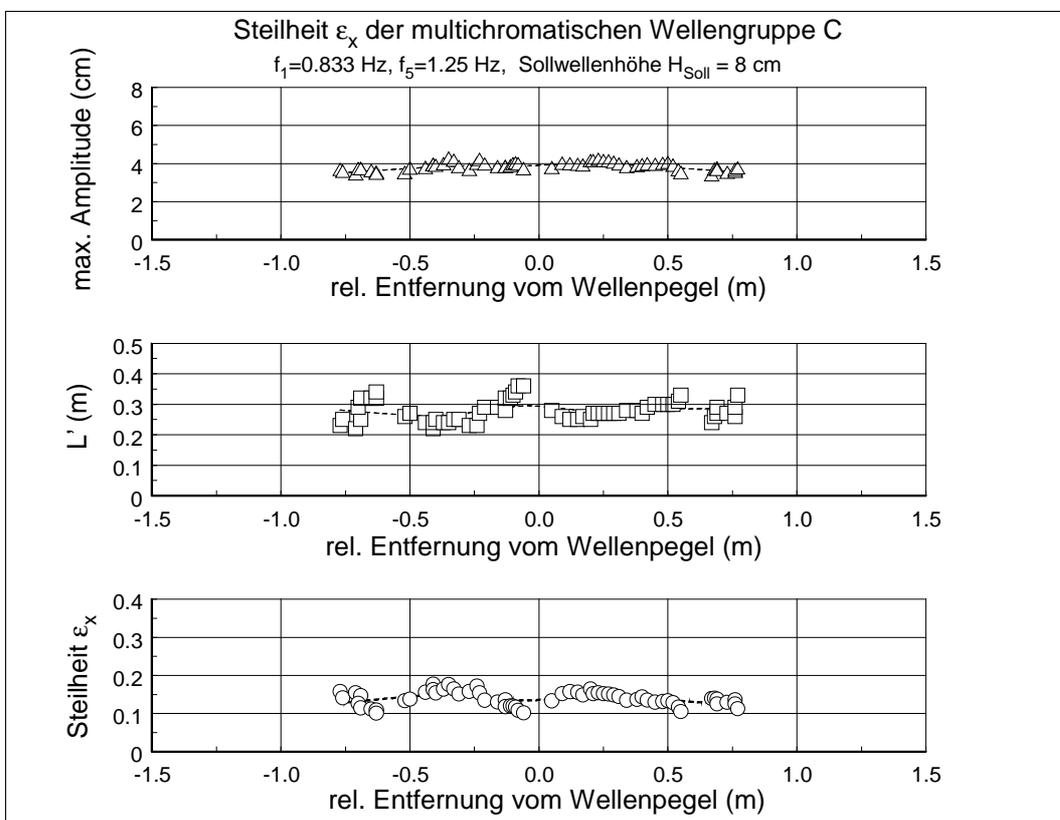


Abb. 6.6: Entwicklung der räumlichen Steilheit ε_x (C_5 , $H_{Soll} = 8$ cm)

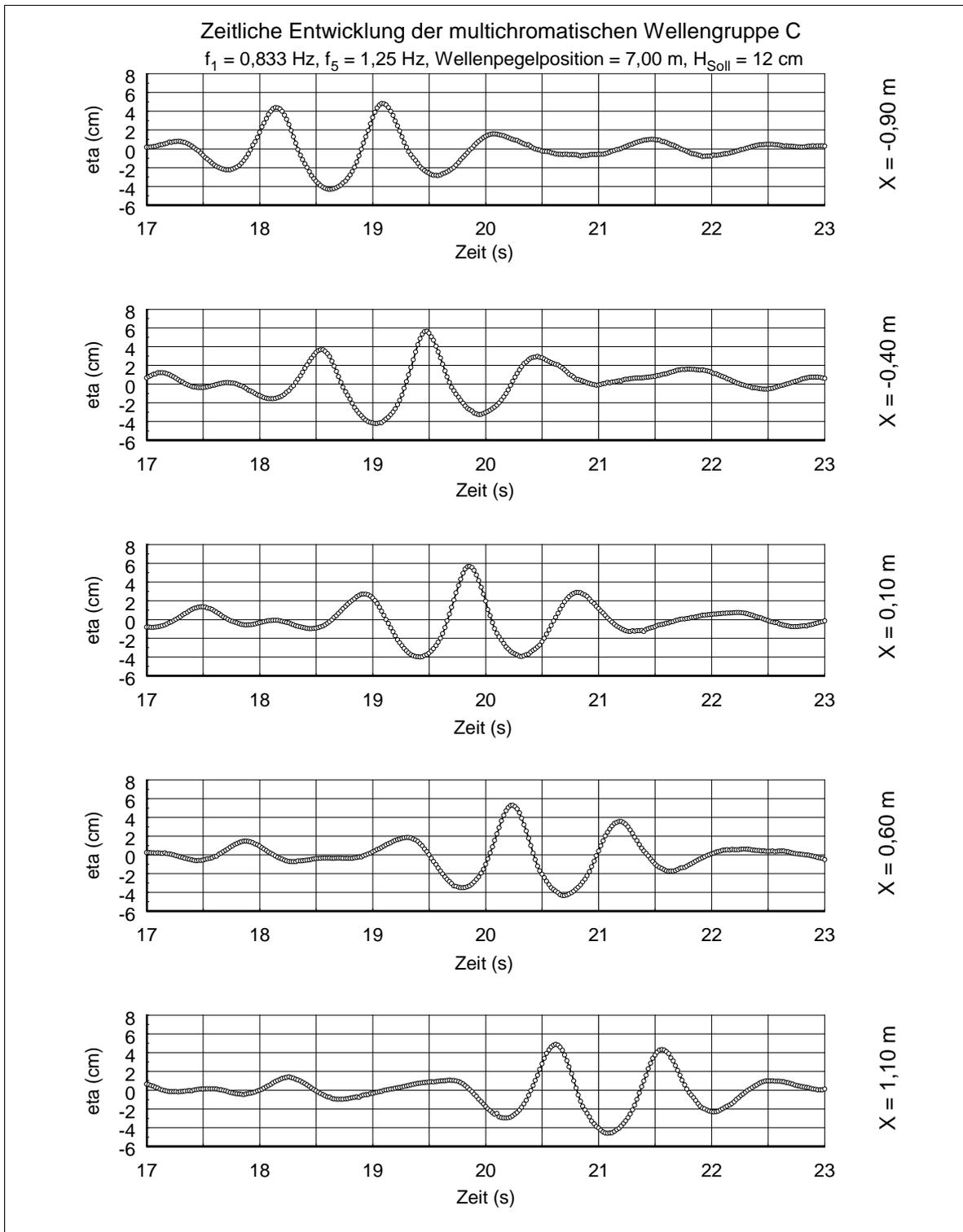


Abb. 6.7: Zeitliche Entwicklung der Wellengruppe C_5 , $H_{\text{Soll}} = 12 \text{ cm}$

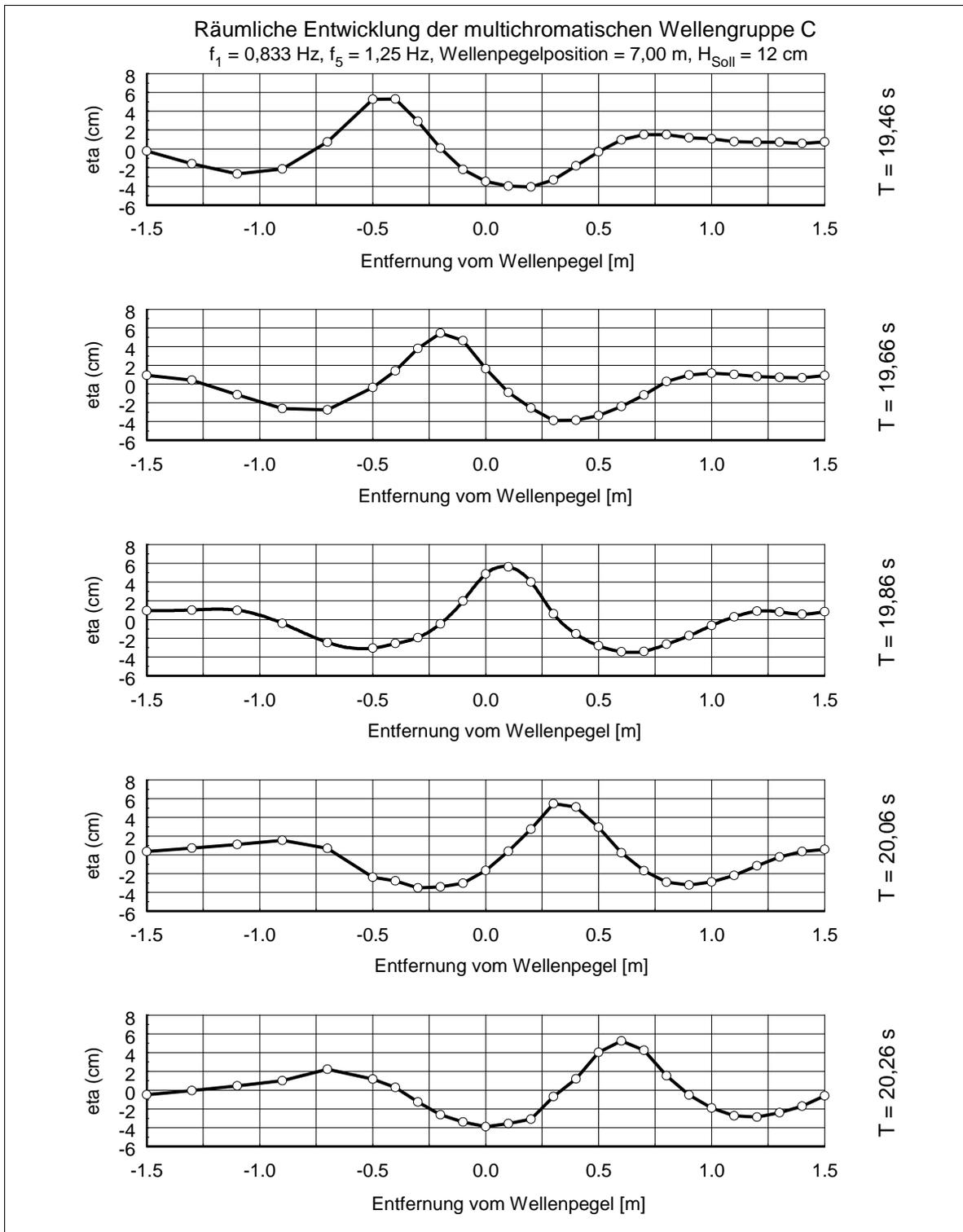


Abb. 6.8: Räumliche Entwicklung der Wellengruppe C_5 , $H_{\text{Soll}} = 12 \text{ cm}$

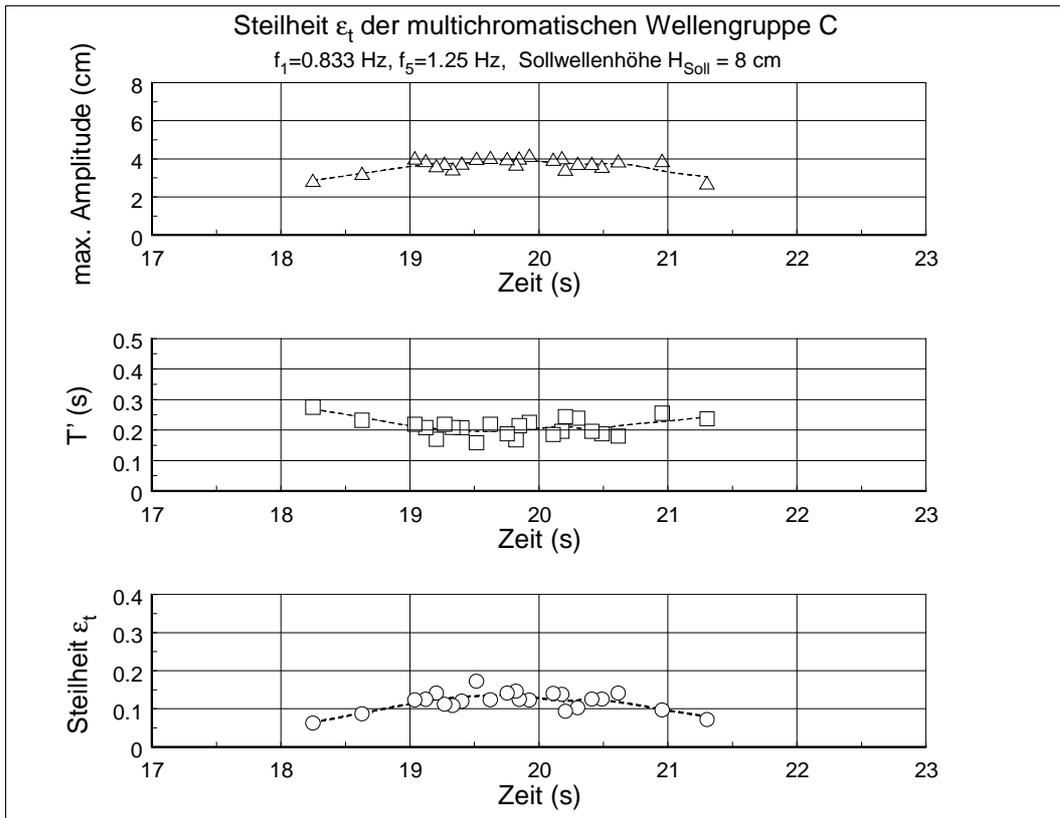


Abb. 6.9: Entwicklung der zeitlichen Steilheit ε_t (C_5 , $H_{Soll} = 12$ cm)

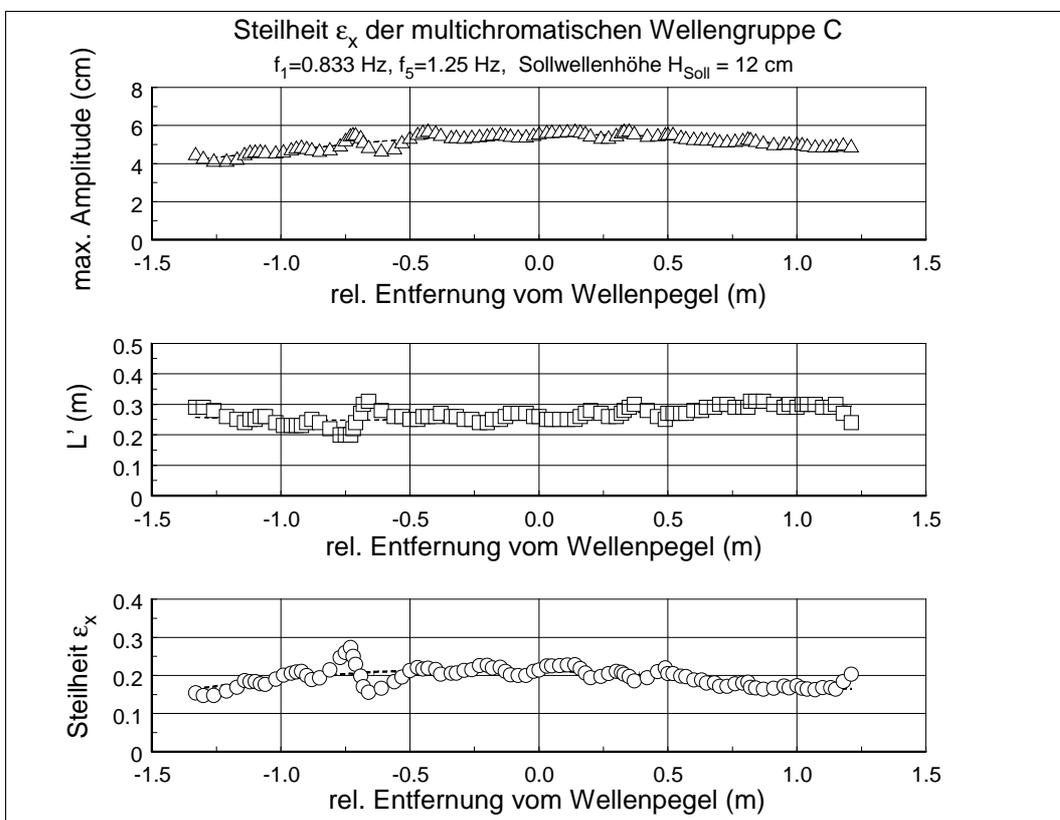


Abb. 6.10: Entwicklung der räumlichen Steilheit ε_x (C_5 , $H_{Soll} = 12$ cm)

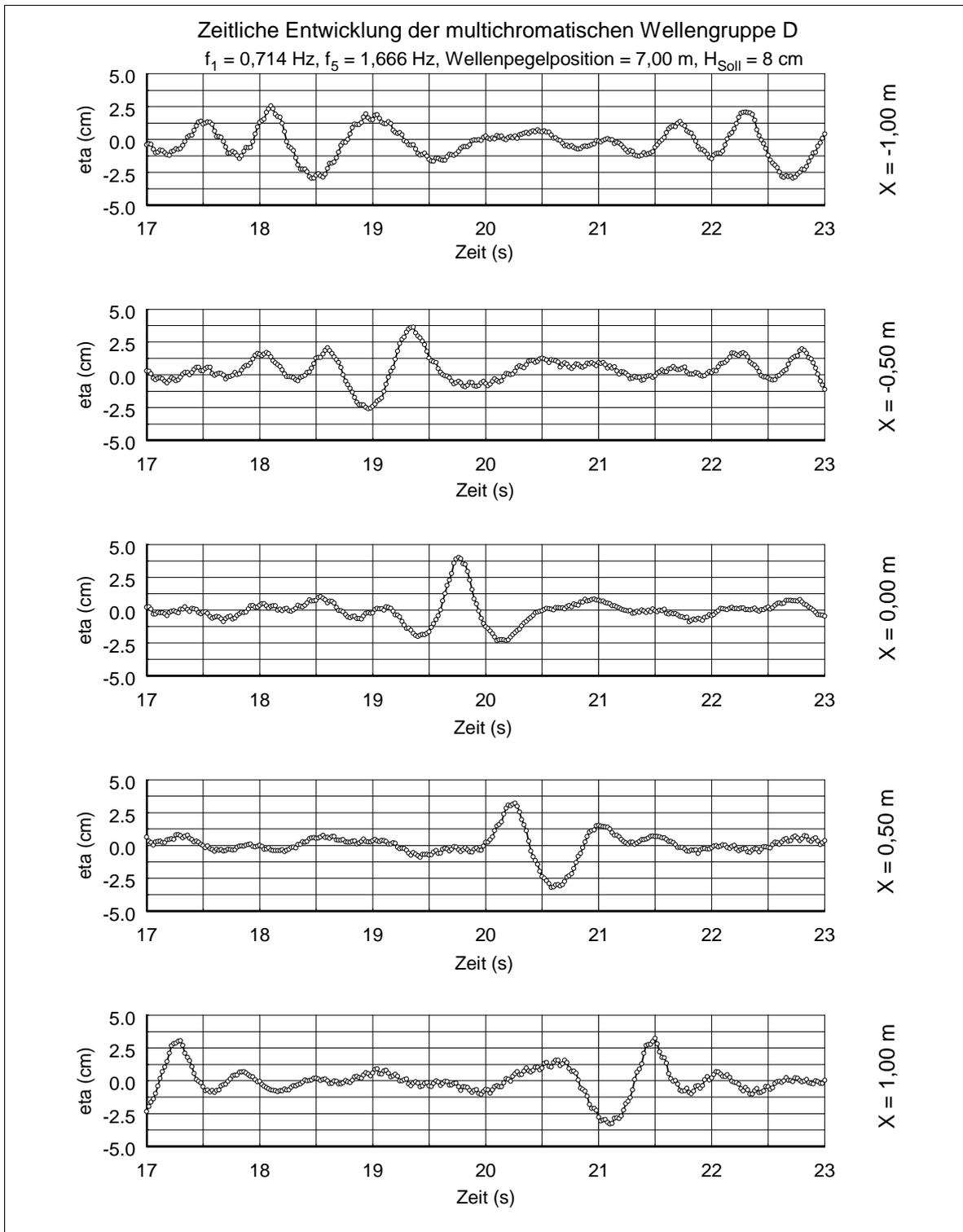


Abb. 6.11: Zeitliche Entwicklung der Wellengruppe D_5 , $H_{\text{Soll}} = 8 \text{ cm}$

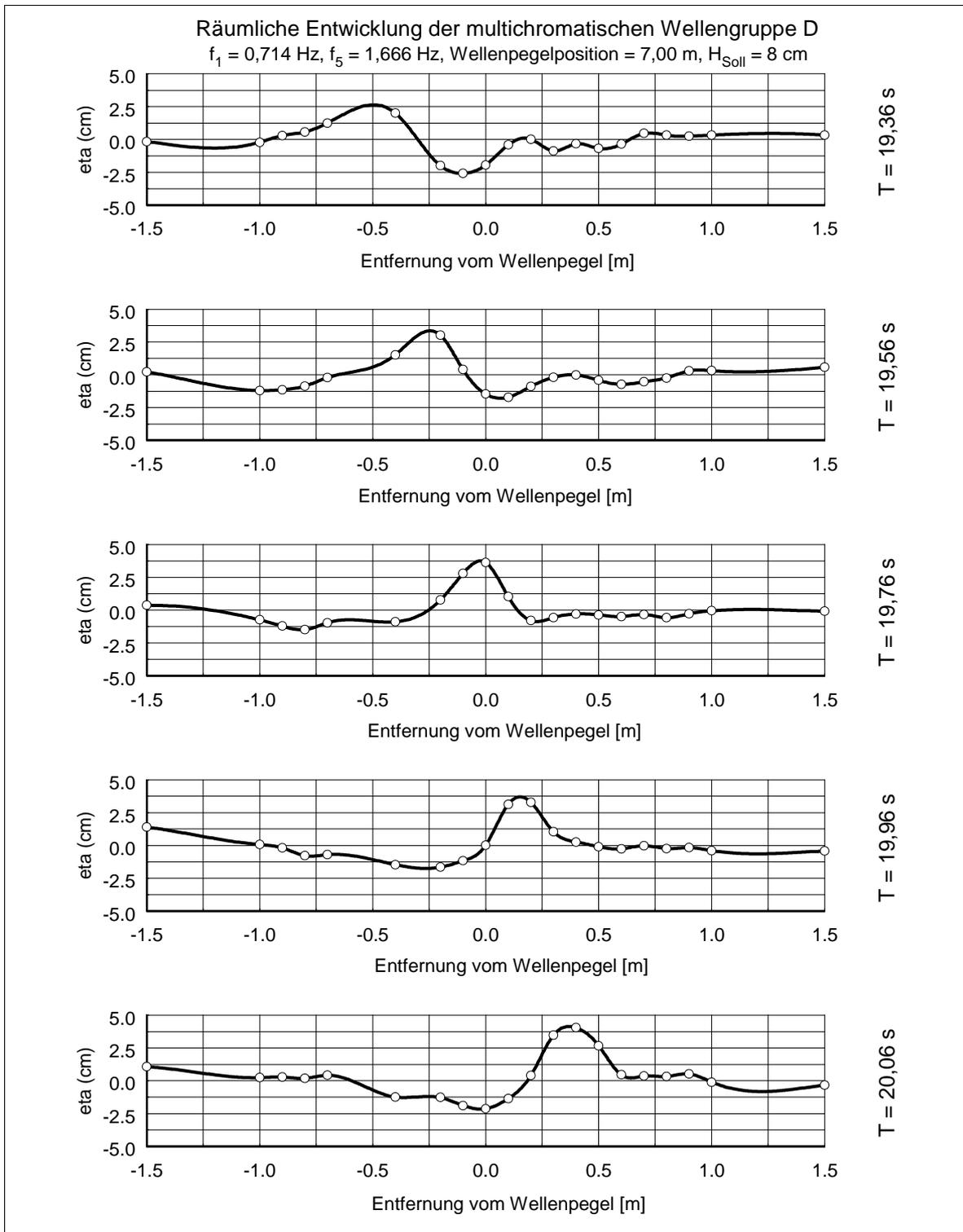


Abb. 6.12: Räumliche Entwicklung der Wellengruppe D_5 , $H_{\text{Soll}} = 8 \text{ cm}$

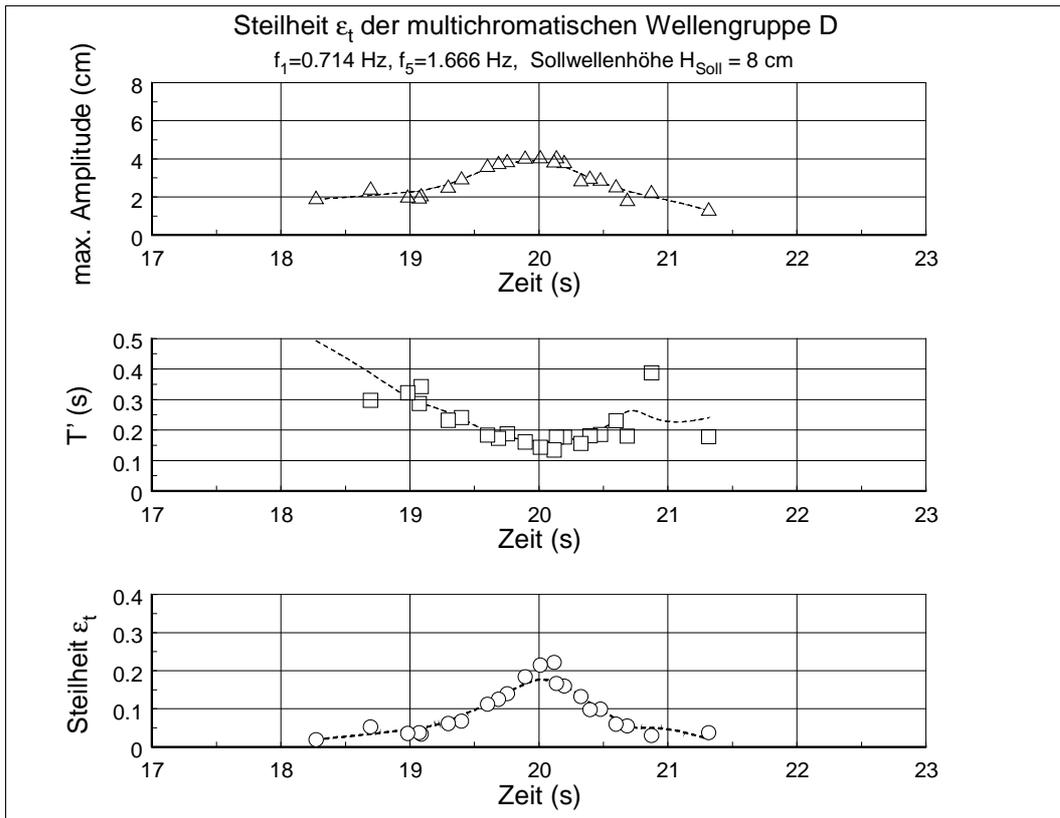


Abb. 6.13: Entwicklung der zeitlichen Steilheit ε_t (D_5 , $H_{\text{Soll}} = 8$ cm)

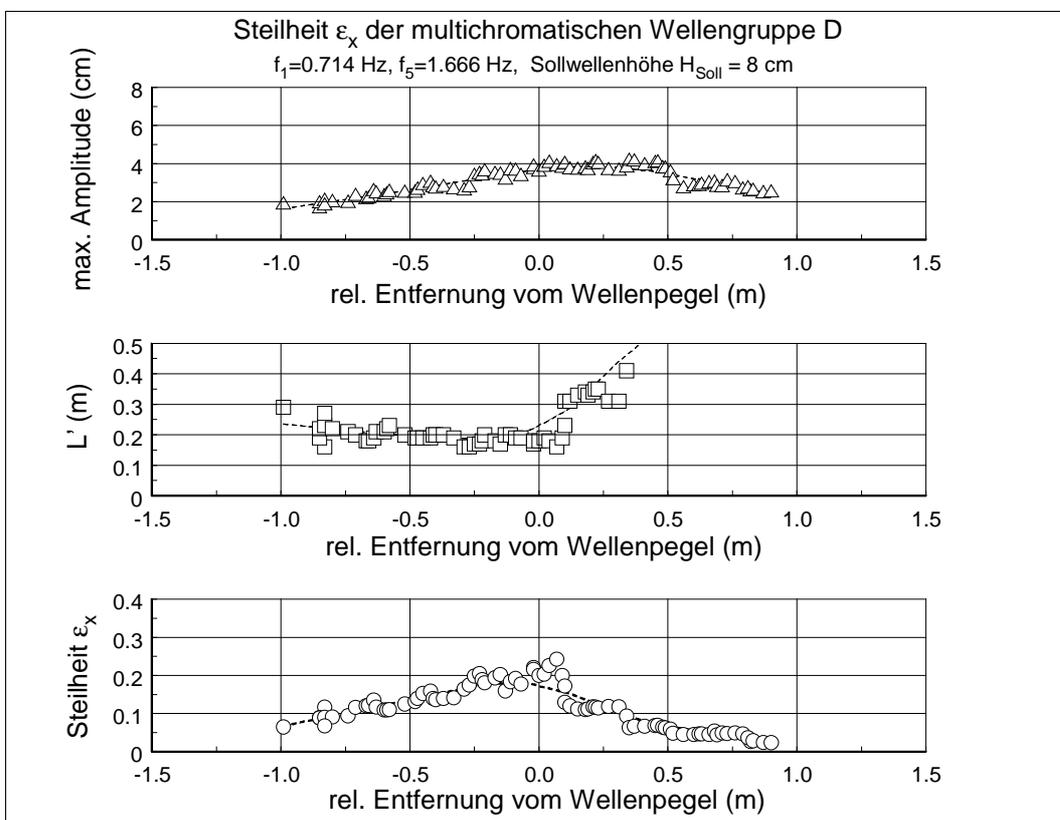


Abb. 6.14: Entwicklung der räumlichen Steilheit ε_x (D_5 , $H_{\text{Soll}} = 8$ cm)

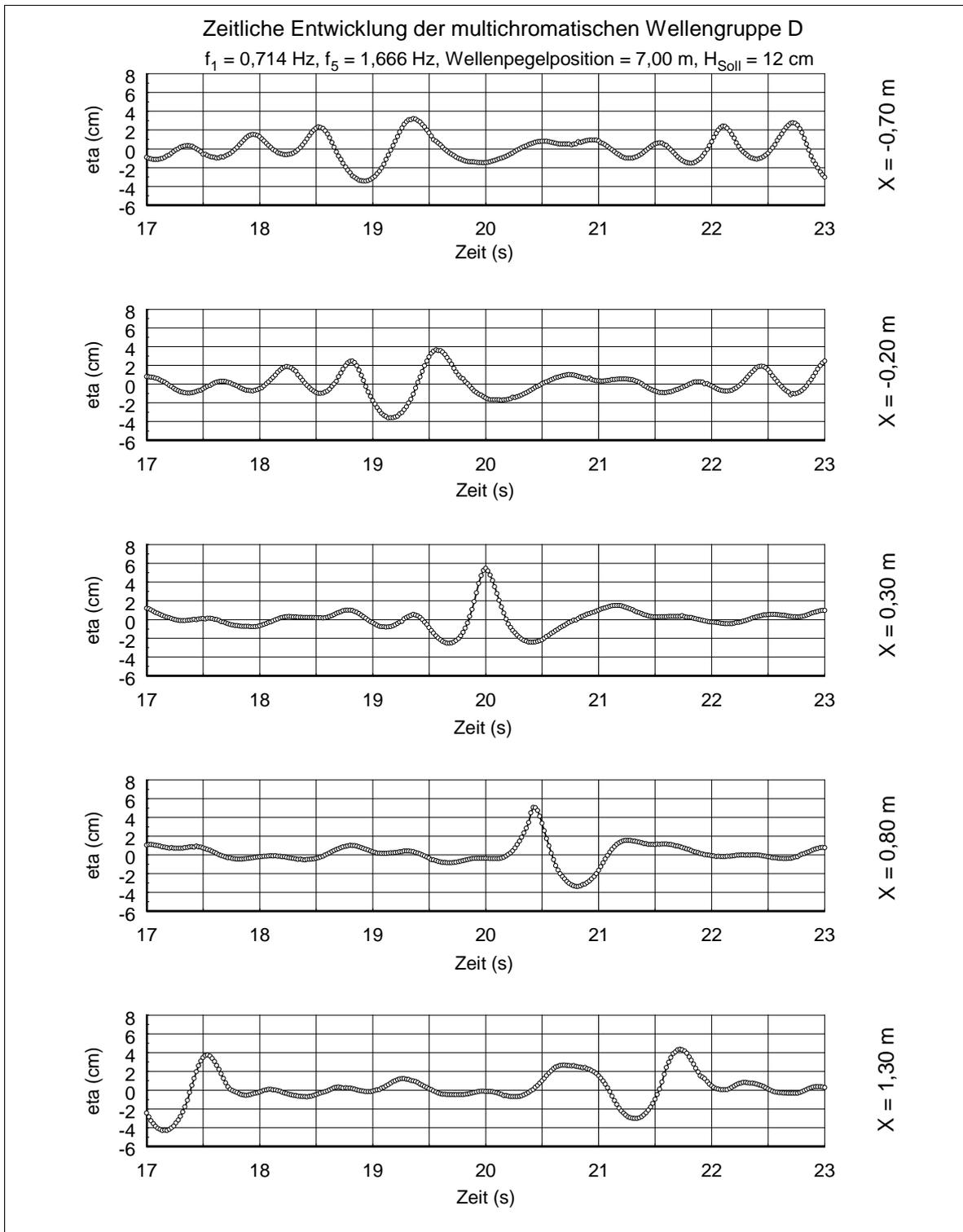


Abb. 6.15: Zeitliche Entwicklung der Wellengruppe D_5 , $H_{\text{Soll}} = 12 \text{ cm}$

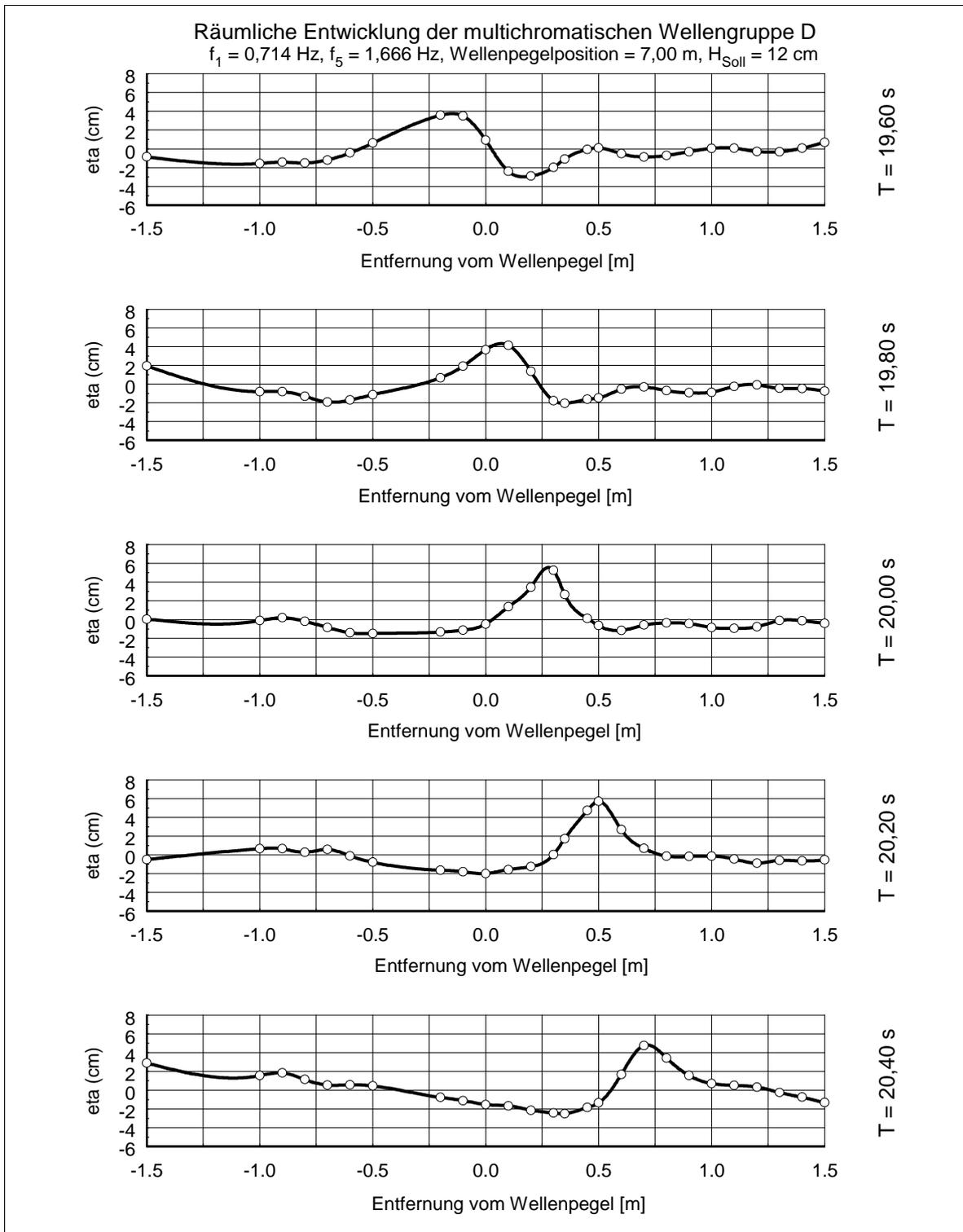


Abb. 6.16: Räumliche Entwicklung der Wellengruppe D_5 , $H_{\text{Soll}} = 12 \text{ cm}$

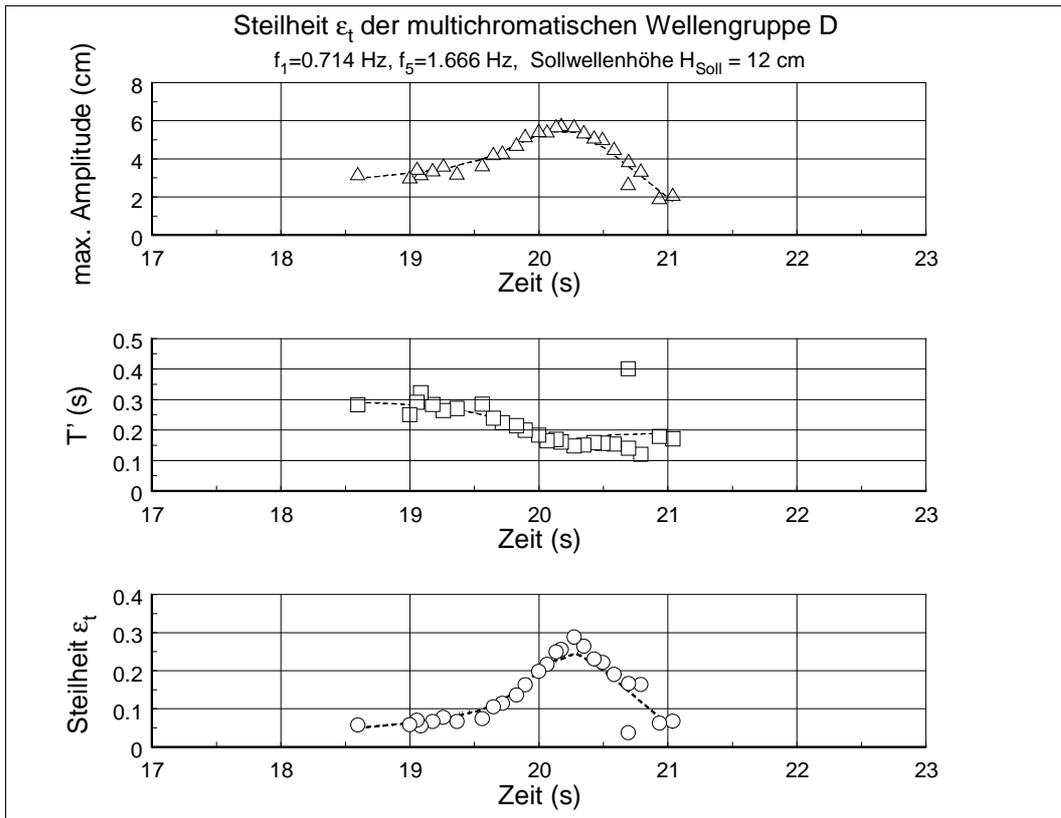


Abb. 6.17: Entwicklung der zeitlichen Steilheit ε_t (D_5 , $H_{Soll} = 12$ cm)

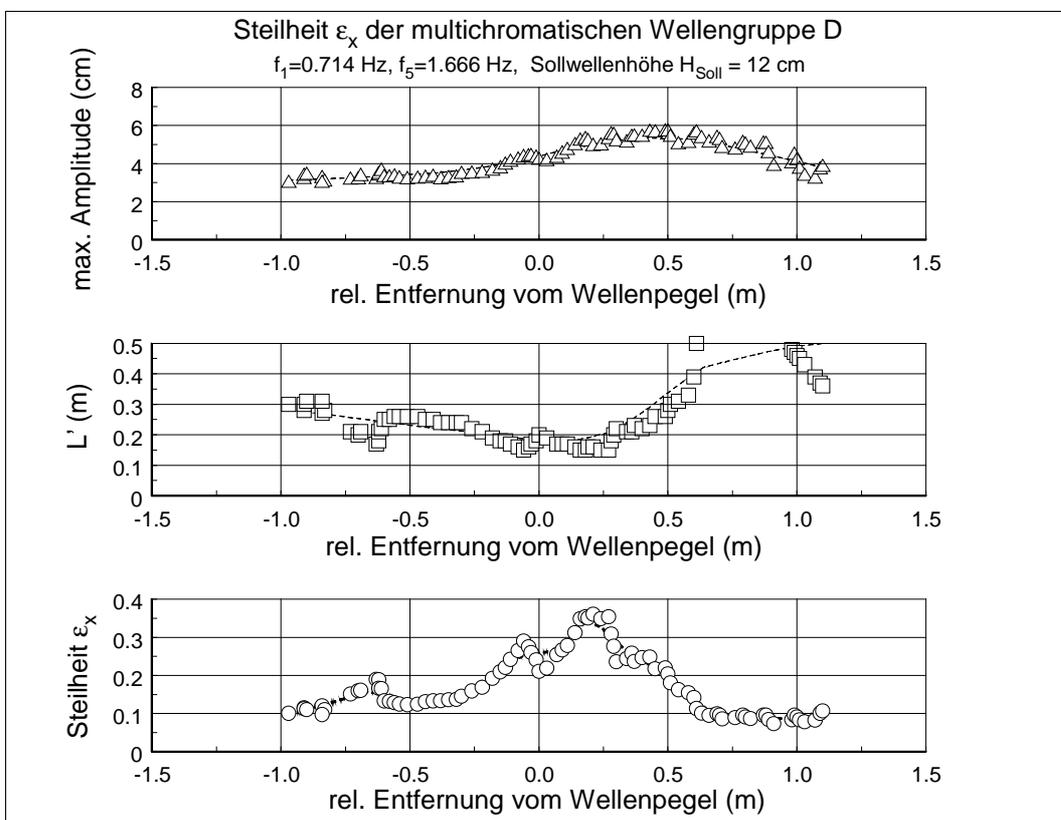


Abb. 6.18: Entwicklung der räumlichen Steilheit ε_x (D_5 , $H_{Soll} = 12$ cm)

6.4 Darstellung des zeitlichen und räumlichen Ausbreitungsverhalten für die multichromatischen Wellengruppen C und D mit 29 Komponenten

Die Abbildung 6.19 präsentiert die Ergebnisse der zeitlichen Ausbreitung der transienten Wellengruppe C mit $N = 29$ Komponenten und einer Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$. Ähnlich der fünfkomponentigen Wellengruppe wird für $X = 0,00 \text{ m}$ die maximale Amplitude der Freak Wave gemessen. An diesem Ort weist die Welle eine symmetrische Geometrie bezüglich der Oberfläche auf. Es ist ein zeitlich gleichmäßiges Ausbreitungsverhalten der Welle zu beobachten. Abbildung 6.20 liefert eine Darstellung der räumlichen Entwicklung der Freak Wave. Bemerkenswert ist, daß sich die maximale Amplitude der transienten Welle mit $1,32 \text{ m/s}$ in der Rinne fortpflanzt und damit ungefähr der individuellen Phasengeschwindigkeit der mittleren Komponente des Spektrum ($f_M = 1,04 \text{ Hz}$, $c = 1,35 \text{ m/s}$) entspricht. Die Abbildungen 6.21 und 6.22 beschreiben wiederum die zeitlich und räumliche Ausbreitung der Wellengruppe. Ähnlich den Ergebnissen des fünfkomponentigen Spektrums korrelieren die Steilheiten ε_t und ε_x in der Größenordnung um $0,15$, da die horizontale Asymmetrie $\mu = 0,556$ (Tab. 5.7) relativ gering ist. Ebenso können identische Gradienten der Steilheiten vor und nach Erreichen der Maximalwerte der Steilheiten festgestellt werden. Es finden keine irreversiblen Umlagerungsprozesse während der Fokussierung dieser Wellengruppe statt.

Für dasselbe Spektrum mit der größeren Wellenhöhe $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$ sind generell identische Ergebnisse zu verzeichnen. Abbildung 6.23 visualisiert das zeitliche Ausbreitungsverhalten an fünf exemplarisch ausgewählten Positionen. Die maximale Amplitude ist für diese Freak Wave bei $X = 0,40 \text{ m}$ zu registrieren. Der Einfluß des *downstream shifting* Effektes ist für die multichromatische Wellengruppe mit $N = 29$ Komponenten deutlich wahrzunehmen. Abbildung 6.24 stellt die räumliche Entwicklung der Freak Wave zu verschiedenen Zeitpunkten dar und es kann erneut eine konstante Ausbreitungsgeschwindigkeit von ca. $1,3 \text{ m/s}$ festgestellt werden. Die Abbildungen 6.25 und 6.26 beschreiben die räumliche Steilheit ε_x , die maximal $0,25$ ist und die zeitliche Steilheit ε_t nimmt maximal den Wert $0,22$ an. Diese Maximalwerte liegen somit unwesentlich über den ermittelten maximalen Steilheiten der fünfkomponentigen Spektren. Trotzdem kann nicht beobachtet werden, daß diese Wellengruppe bricht. Es liegt eine symmetrische Geometrie der Steilheiten aufgrund identischer Gradienten vor und nach Erreichen der Maximalwerte vor.

Das Ausbreitungsverhalten der Freak Wave des breiten Spektrums mit 29 Komponenten und der Wellenhöhe $H_{Soll} = 8 \text{ cm}$ ist in den Abbildungen 6.27 und 6.28 dargestellt. Eindeutig ist erneut die kurze Entstehungsphase der Freak Wave zu erkennen. Zum Zeitpunkt $T = 19,82 \text{ s}$ wird die maximale Amplitude der Freak Wave bei $X = 0,00 \text{ m}$ ermittelt. Gleichsam ist die räumliche Oberflächenkontur zu diesem Zeitpunkt im mittleren Diagramm der Abbildung 6.28 dargestellt. Anhand dieser Momentaufnahmen kann eine ungefähre Geschwindigkeit von $1,1 \text{ m/s}$ bestimmt werden, welche einwandfrei geringer als die Phasengeschwindigkeit der mittleren Komponente des Spektrums ist ($f_M = 1,19 \text{ Hz}$, $c = 1,24 \text{ m/s}$). Die maximale zeitliche Steilheit beträgt $\varepsilon_t = 0,19$ und die maximale räumliche Steilheit liegt durchschnittlich bei $\varepsilon_x = 0,21$. Auffällig ist wiederum die Asymmetrie der Steilheiten in beiden Abbildungen. Die Gradienten vor der Fokussierung sind kleiner als nach diesem Punkt. Es wird kein offensichtliches Wellenbrechen beobachtet.

Sehr außerordentliche Ergebnisse werden in den Abbildungen 6.31 und 6.32 vorgestellt. Das Ausbreitungsverhalten der Freak Wave der multichromatischen Wellengruppe D mit

einer Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 12 \text{ cm}$ wird zeitlich und räumlich aufgeführt. Die Fokussierung der Freak Wave weist für keines der durchgeführten Experimente eine symmetrische Geometrie auf. Die offenbar günstigste Konstellation wird bei einer Fokussierung von $X = 0,40 \text{ m}$ erreicht. Dennoch ist anhand der Abbildung 6.31 zu beobachten, daß der Wellenberg der Freak Wave keinesfalls eine symmetrische Struktur aufweist. Die räumliche Darstellung in Abbildung 6.32 verdeutlicht diesen Effekt. Die Freak Wave wächst in ihrer Amplitude langsam aber kontinuierlich an, wie anhand der Momentaufnahme wiedergegeben werden kann. Zwischen den Zeitpunkten $T = 20,02 \text{ s}$ und $T = 20,22 \text{ s}$ wird die Amplitude der Welle drastisch dezimiert. Die Freak Wave bricht in diesem Zeitraum. Die Entwicklung der zeitlichen und räumlichen Steilheit dieser transienten Wellengruppe überragen in Form und Größe jedes der bisherigen Beispiele. Die zeitliche Steilheit in Abbildung 6.33 wächst kontinuierlich bis auf einen Maximalwert $\varepsilon_t = 0,25$ an, bevor sie flach abfällt. Die maximale Amplitude der Freak Wave korreliert zeitlich mit der Steilheit ε_t . Nach $T = 20,00 \text{ s}$ nimmt die Wellenhöhe massiv ab. Die Analyse der räumlichen Steilheit in Abbildung 6.34 bringt zum Vorschein, daß ε_x linear bis $X = 0,40 \text{ m}$ anwächst und einen Maximalwert von $0,42$ in diesem Bereich (durchschnittlich) erreicht. Wie für das fünfkomponentige Spektrum ist ein Sättigungsbereich zu beobachten, in dem ε_x konstant bleibt. Erst nach einer gewissen Distanz nimmt dieser Wert dann plötzlich drastisch ab. Diese Abnahme resultiert erneut aus dem plötzlich ansteigenden Parameter L' . Die maximale Amplitude der Welle bleibt nahezu unverändert und nimmt erst nach einer Distanz $X > 0,5$ sprunghaft von $6,00$ auf $2,00 \text{ cm}$ ab.

6.5 Zusammenfassung

Die vorgestellte modifizierte Methode eignet sich in hervorragender Weise zur Untersuchung des zeitlichen und räumlichen Ausbreitungsverhaltens von Freak Waves. Einerseits kann festgestellt werden, daß sich eine Freak Wave prinzipiell mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit der mittleren Komponente des Erzeugungsspektrums fortpflanzt, wobei definitiv die Bandbreite des Spektrums berücksichtigt werden muß und diesbezüglich Abweichungen dieser Ausbreitungsgeschwindigkeit bestehen. Andererseits können die von *Kjeldsen* eingeführten Steilheiten ε_t und ε_x der Freak Waves bestimmt werden. Es wird darauf hingewiesen, daß diese Parameter nicht zwangsläufig äquivalent sind. Bei einer relativ großen horizontalen Asymmetrie μ der Freak Wave ist ε_x stets größer als ε_t . Ebenfalls wird beobachtet, daß die empfohlene kritische Größe der Steilheit $\varepsilon_t = \varepsilon_x = 0,20$ nicht hinreichend ist, ein Brechen der Freak Wave vorherzusagen. Anhand der vorliegenden Versuche wird festgestellt, daß räumliche Steilheiten größer als $0,40$ und zeitliche Steilheiten größer $0,25$ auftreten, bevor ein Brechen der Welle einsetzt. Die labortechnischen Analysen entsprechen in ihrer Größenordnung den Beobachtungen von *Sand et al.* bzw. *Skourup et al.*, die anhand von Naturmessungen räumliche Steilheiten $\varepsilon_x = 0,24$ bis $0,36$ an den Frontseiten der Freak Waves nachweisen. Außerdem muß herausgestellt werden, daß das Brechen der Freak Wave definitiv mit der Bandbreite des Spektrums zusammenhängt und bestätigt damit die Beobachtungen von *Kway et al.*

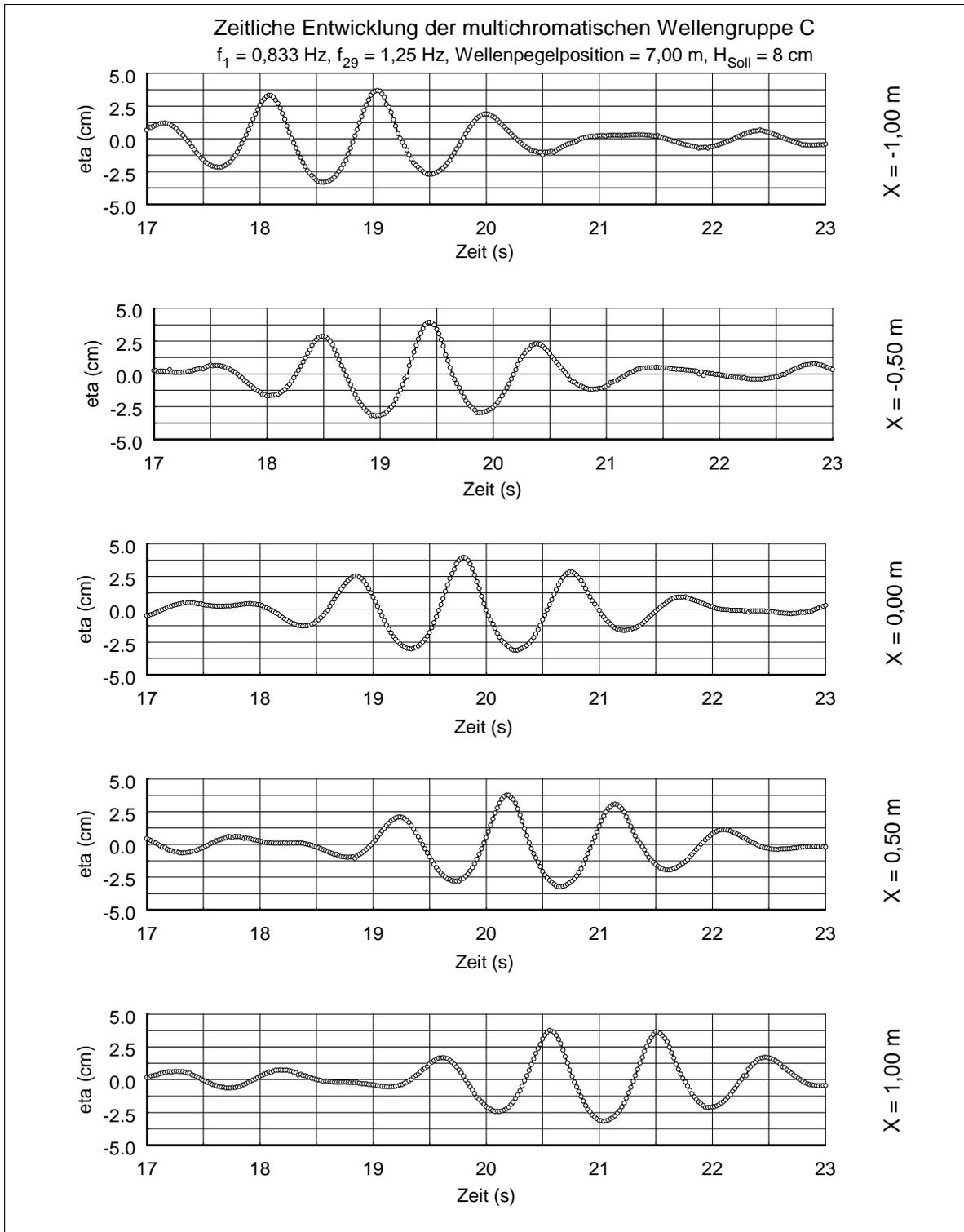


Abb. 6.19: Zeitliche Entwicklung der Wellengruppe C_{29} , $H_{\text{Soll}} = 8 \text{ cm}$

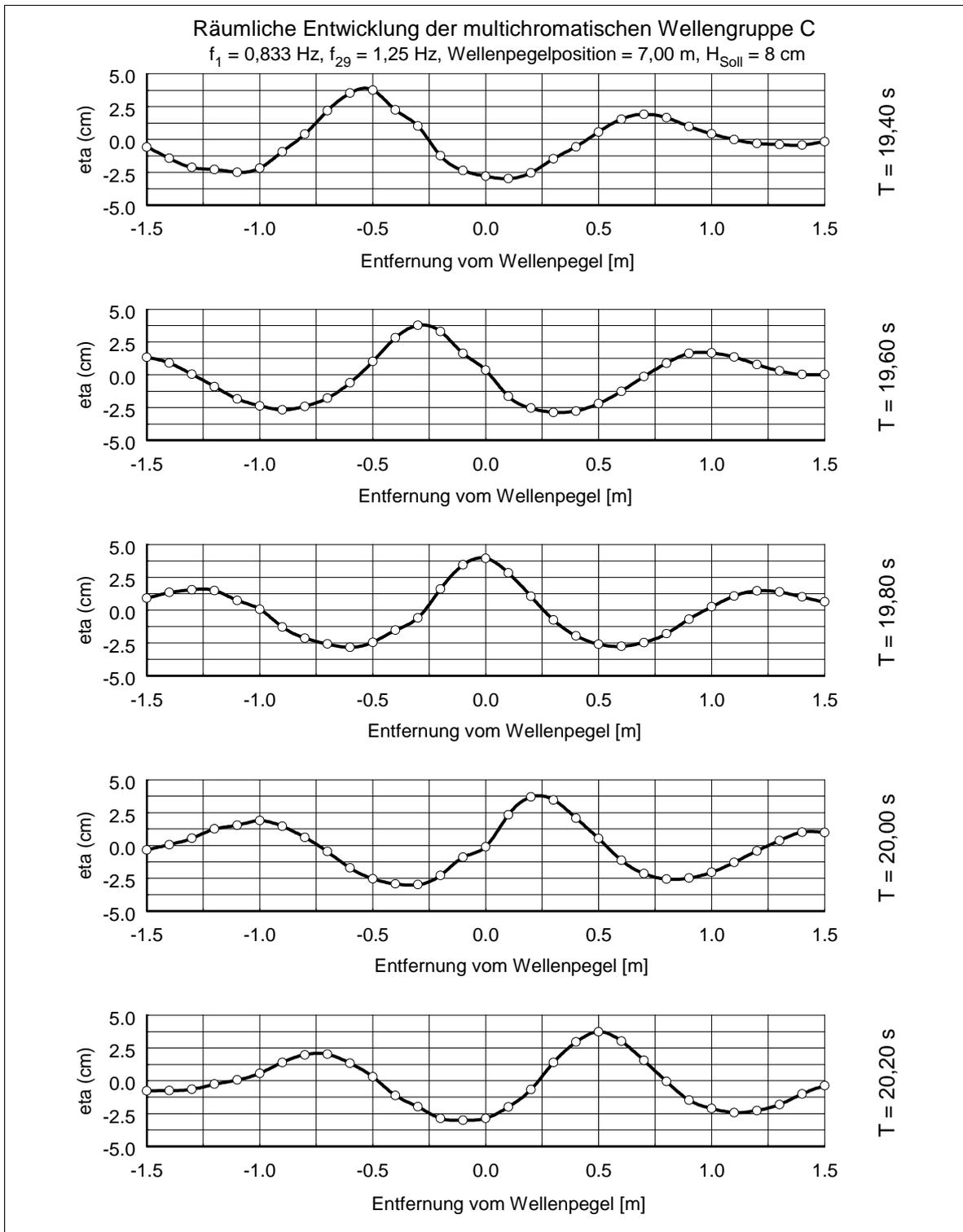


Abb. 6.20: Räumliche Entwicklung der Wellengruppe C_{29} , $H_{\text{Soll}} = 8 \text{ cm}$

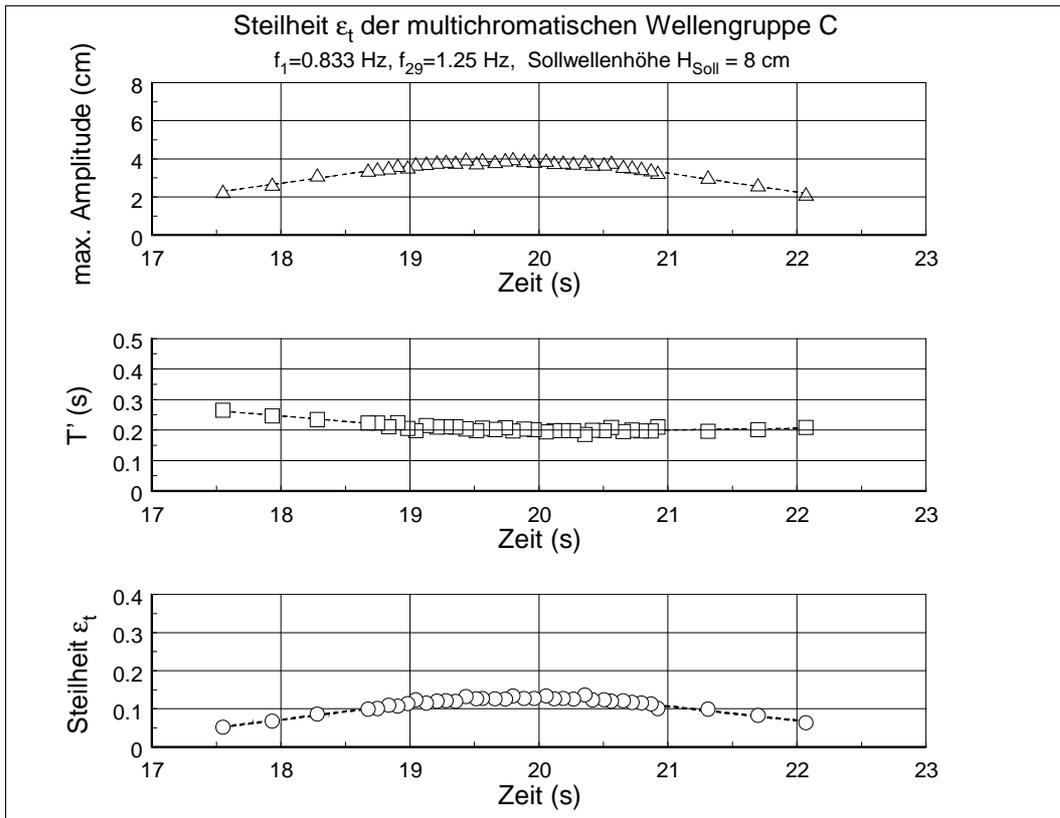


Abb. 6.21: Entwicklung der zeitlichen Steilheit ε_t (C_{29} , $H_{Soll} = 8$ cm)

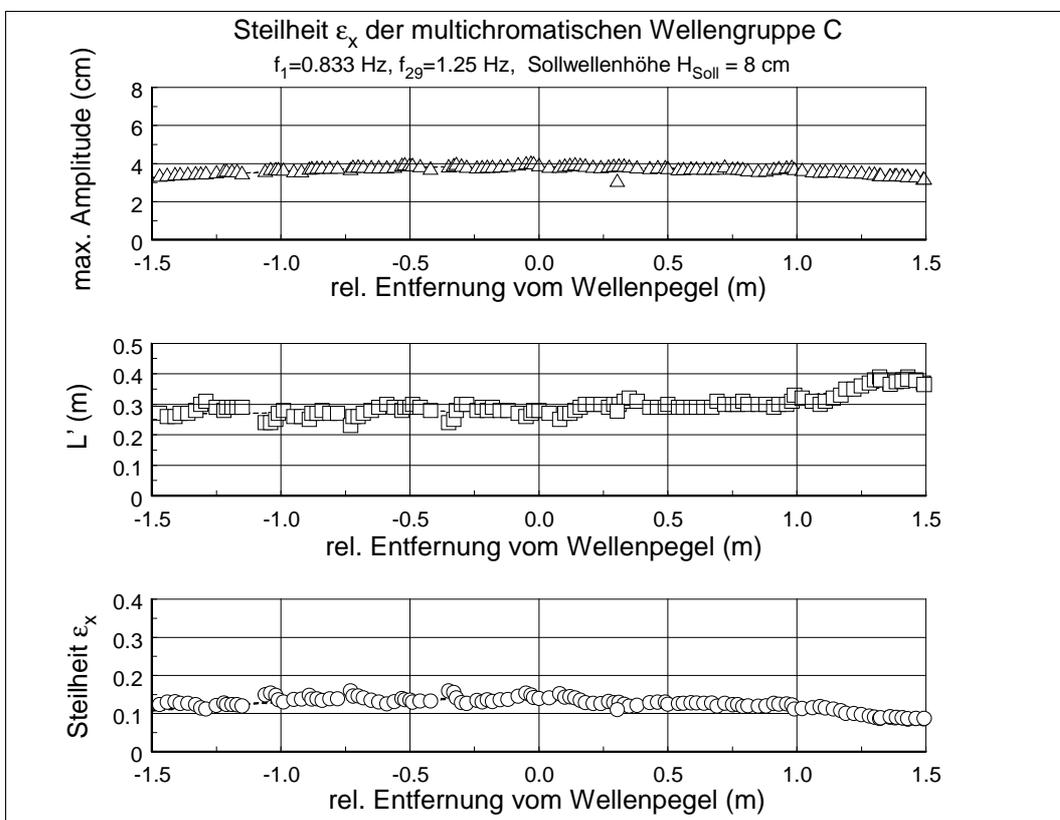


Abb. 6.22: Entwicklung der räumlichen Steilheit ε_x (C_{29} , $H_{Soll} = 8$ cm)

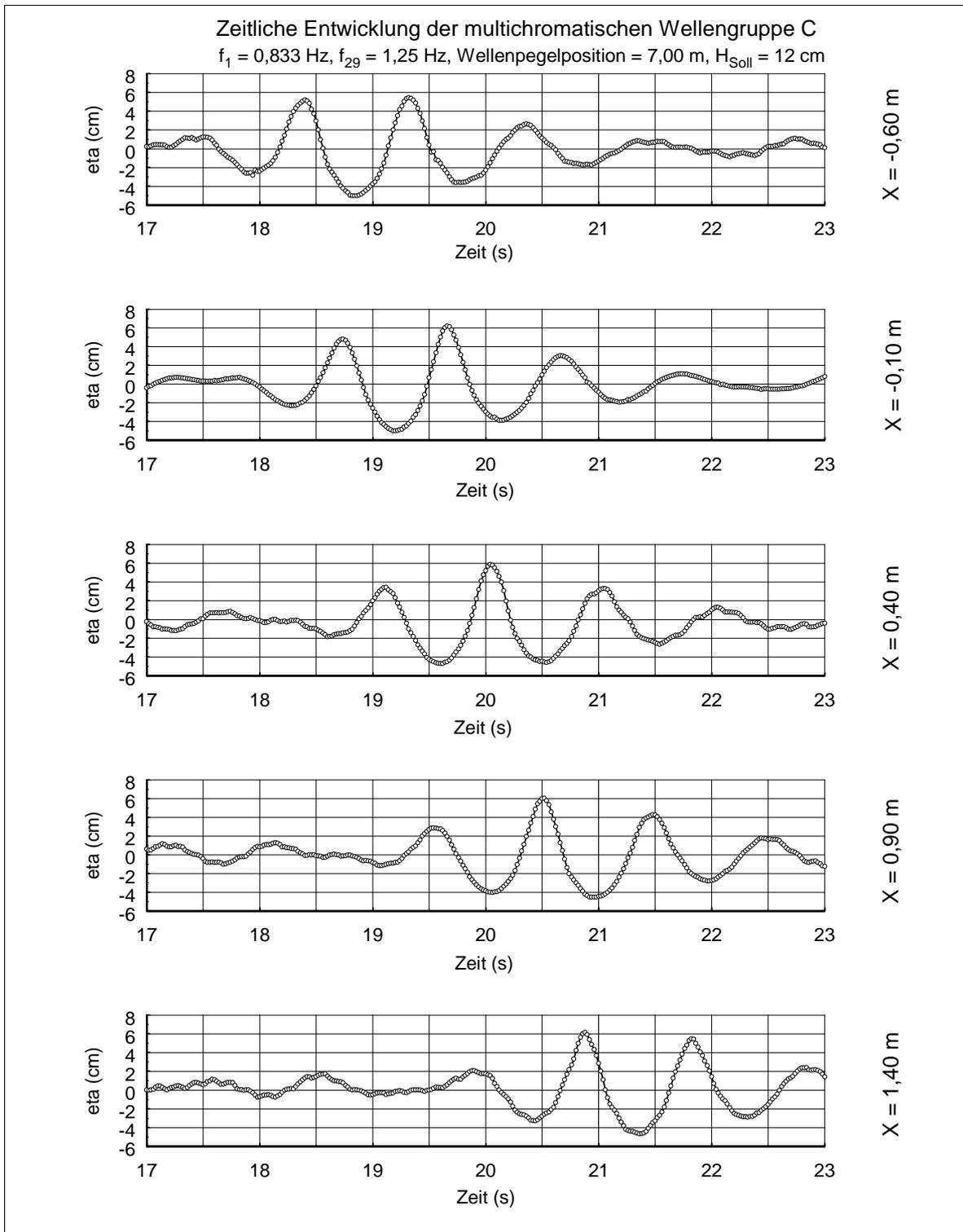


Abb. 6.23: Zeitliche Entwicklung der Wellengruppe C_{29} , $H_{\text{Soll}} = 12 \text{ cm}$

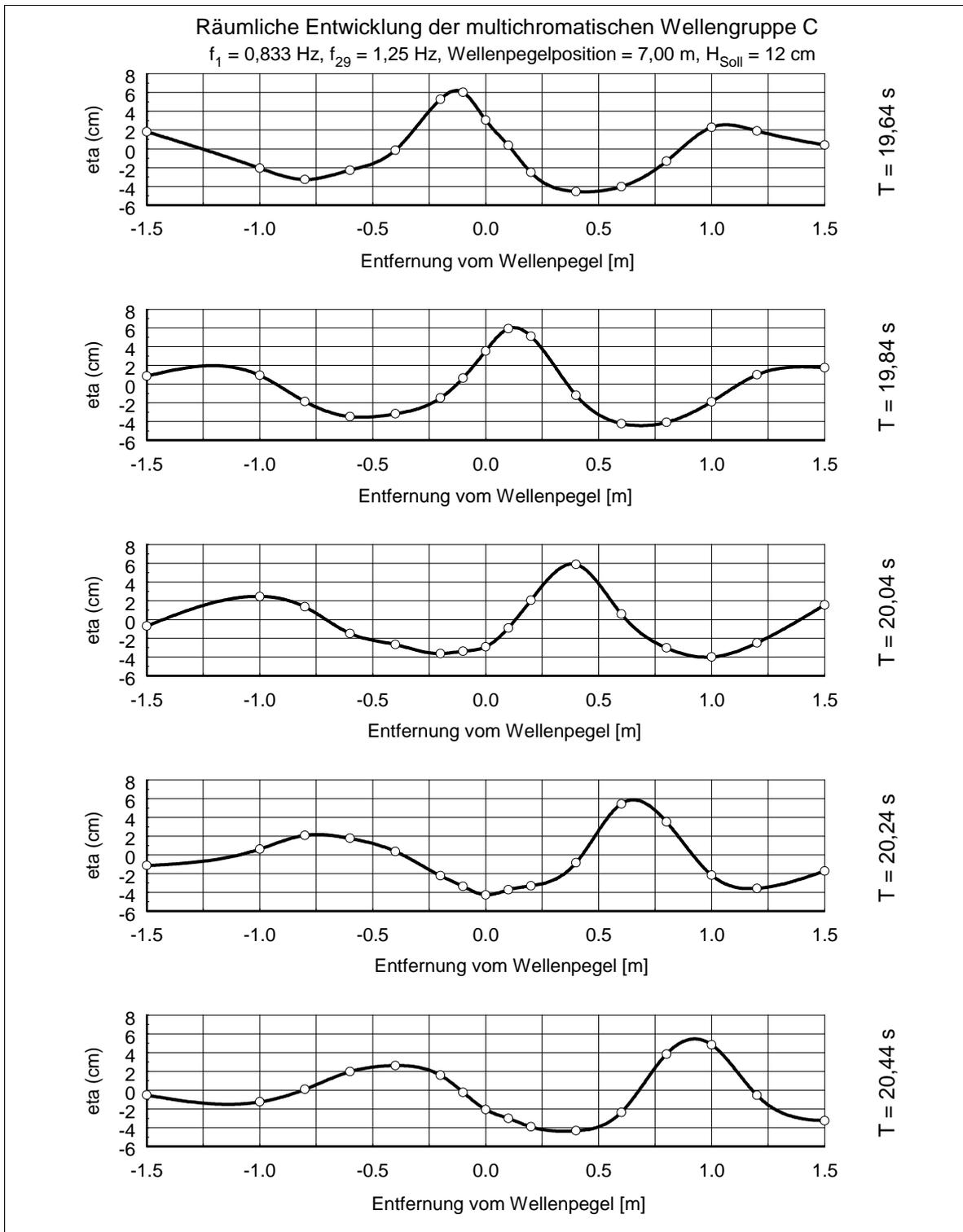


Abb. 6.24: Räumliche Entwicklung der Wellengruppe C_{29} , $H_{\text{Soll}} = 12 \text{ cm}$

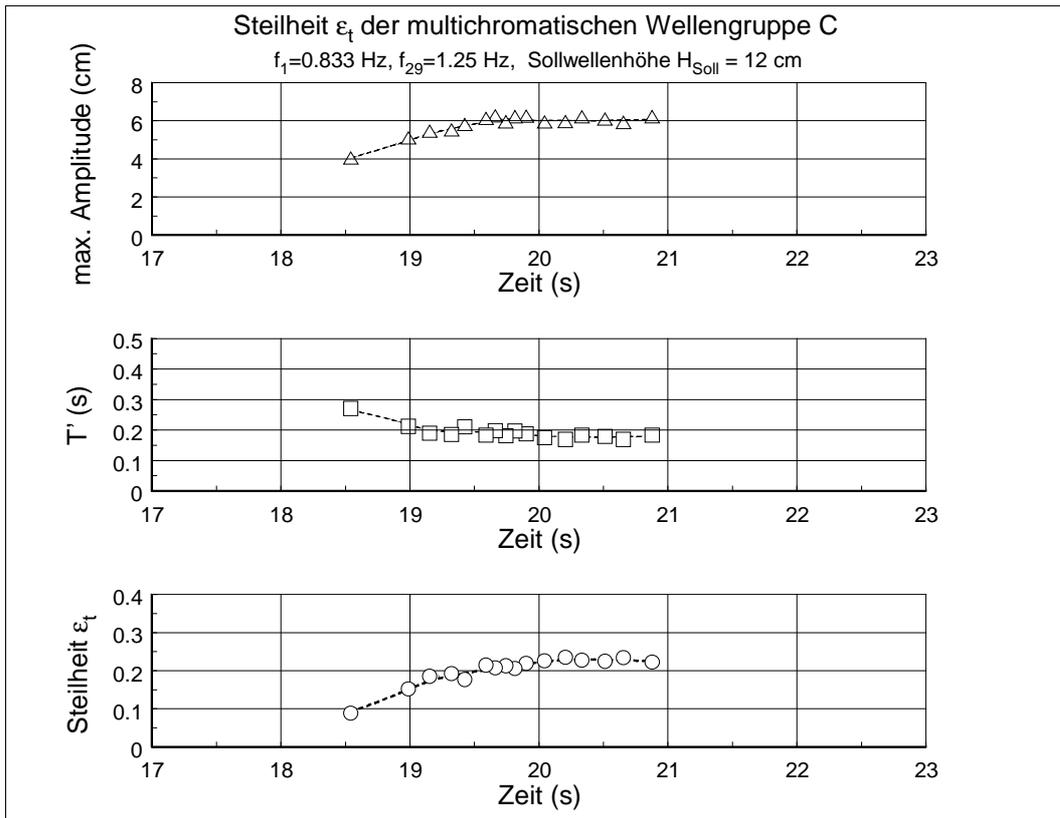


Abb. 6.25: Entwicklung der zeitlichen Steilheit ε_t (C_{29} , $H_{Soll} = 12$ cm)

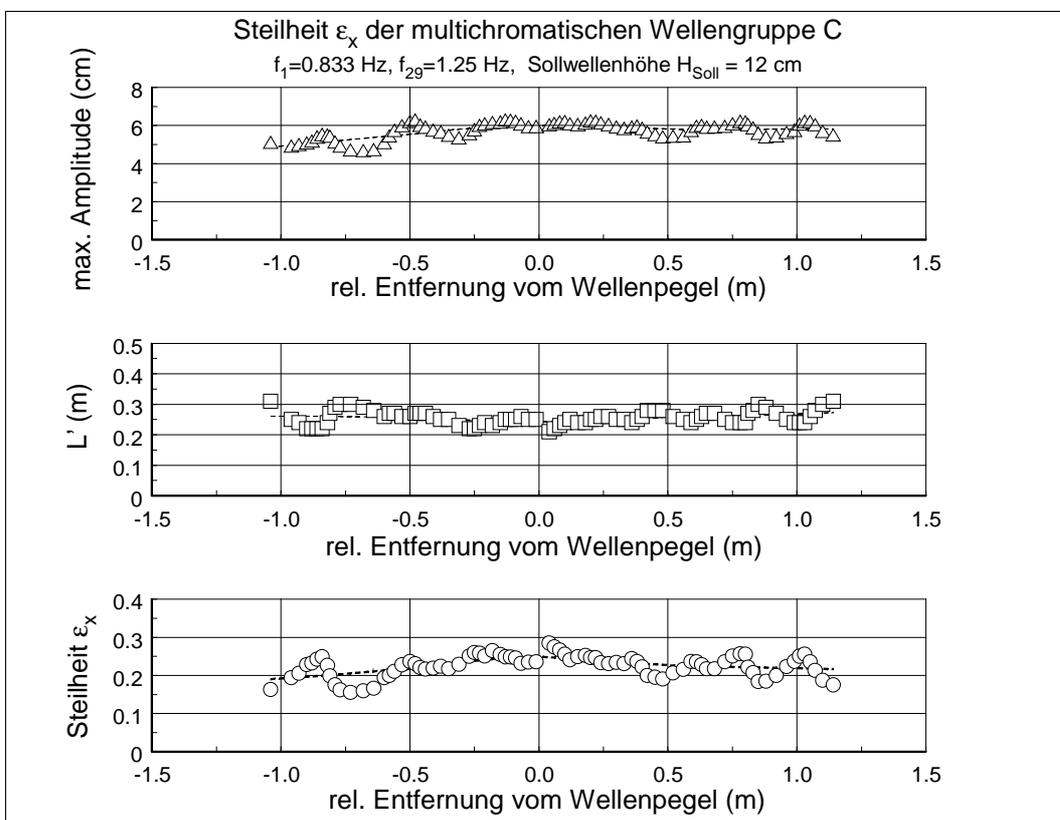


Abb. 6.26: Entwicklung der räumlichen Steilheit ε_x (C_{29} , $H_{Soll} = 12$ cm)

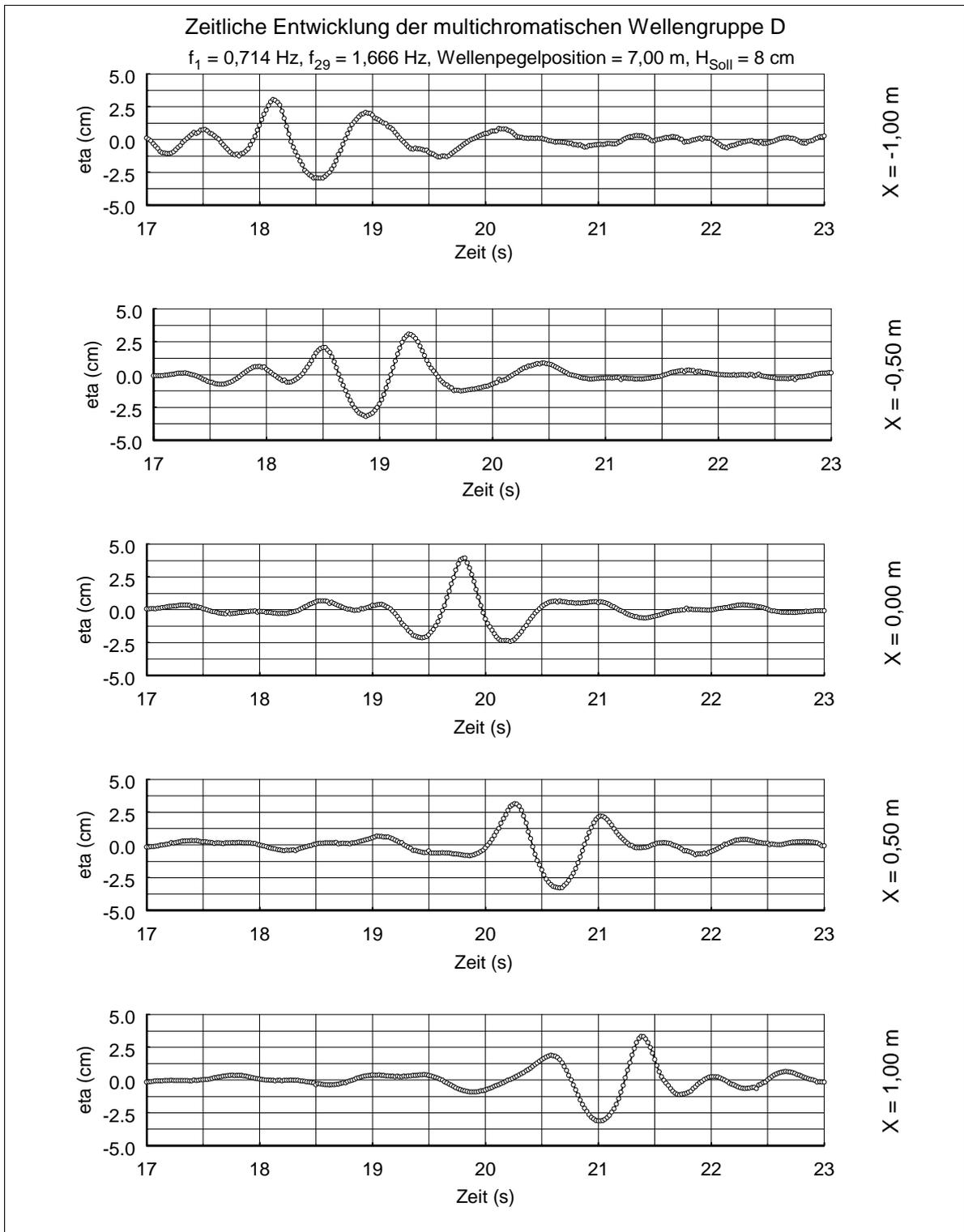


Abb. 6.27: Zeitliche Entwicklung der Wellengruppe D_{29} , $H_{\text{Soll}} = 8 \text{ cm}$

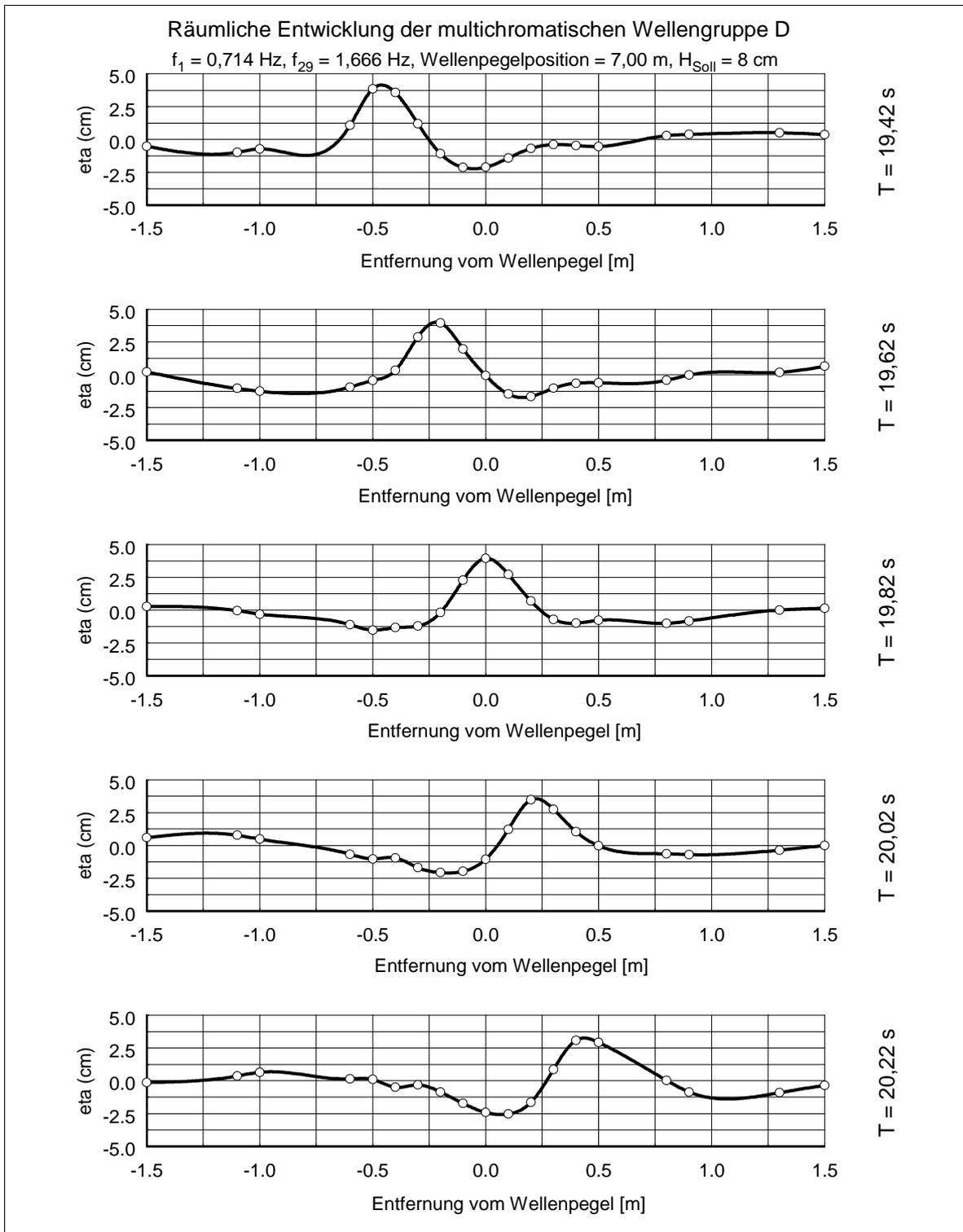


Abb. 6.28: Räumliche Entwicklung der Wellengruppe D_{29} , $H_{\text{Soll}} = 8 \text{ cm}$

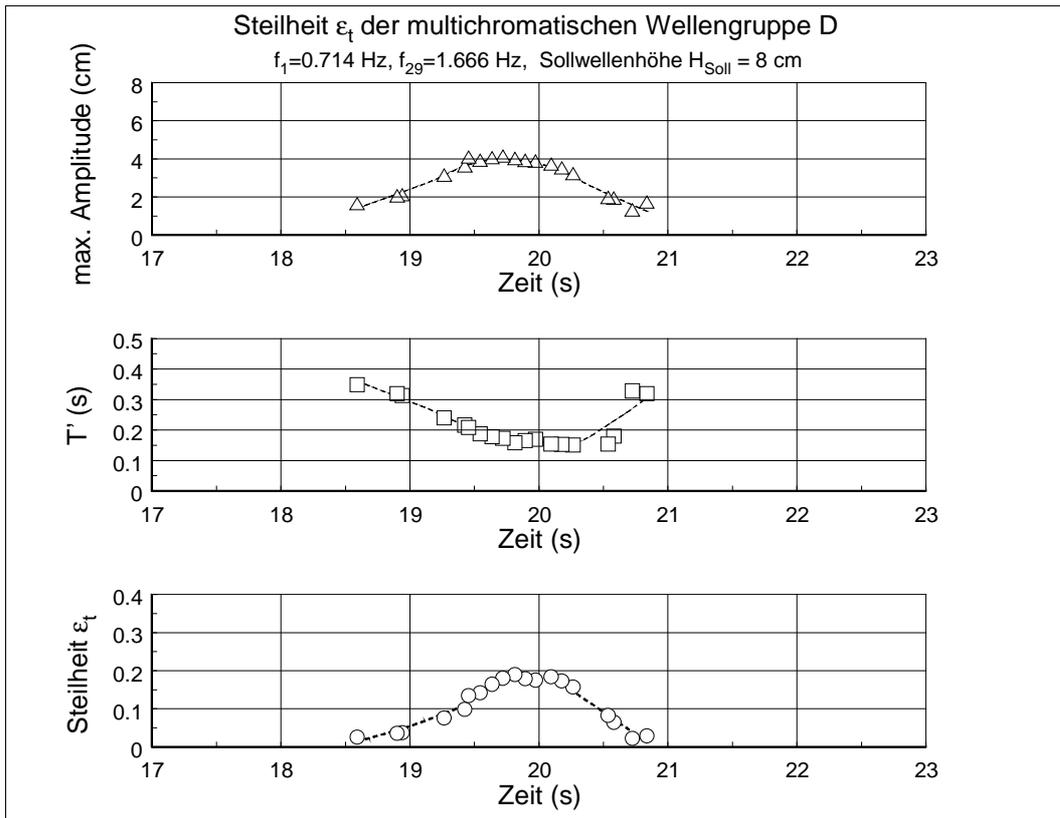


Abb. 6.29: Entwicklung der zeitlichen Steilheit ε_t (D_{29} , $H_{Soll} = 8$ cm)

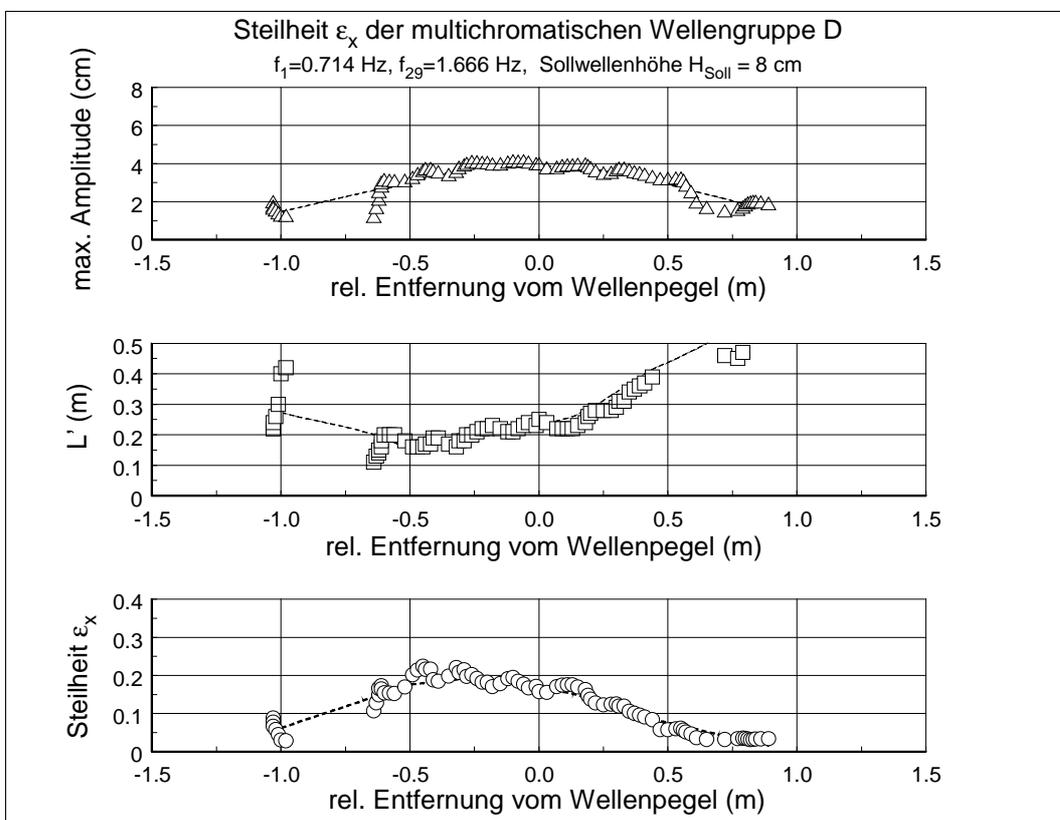


Abb. 6.30: Entwicklung der räumlichen Steilheit ε_x (D_{29} , $H_{Soll} = 8$ cm)

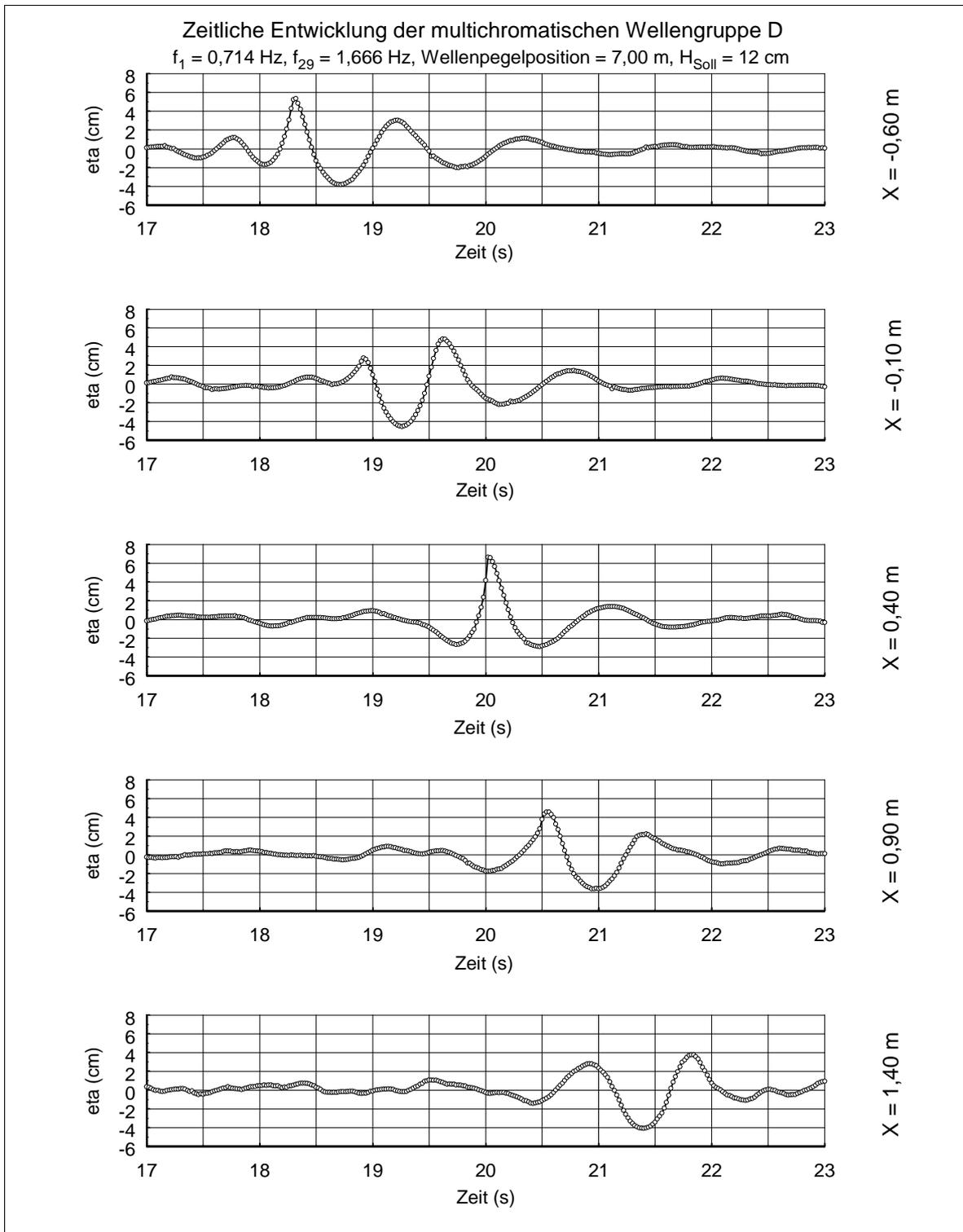


Abb. 6.31: Zeitliche Entwicklung der Wellengruppe D_{29} , $H_{\text{Soll}} = 12 \text{ cm}$

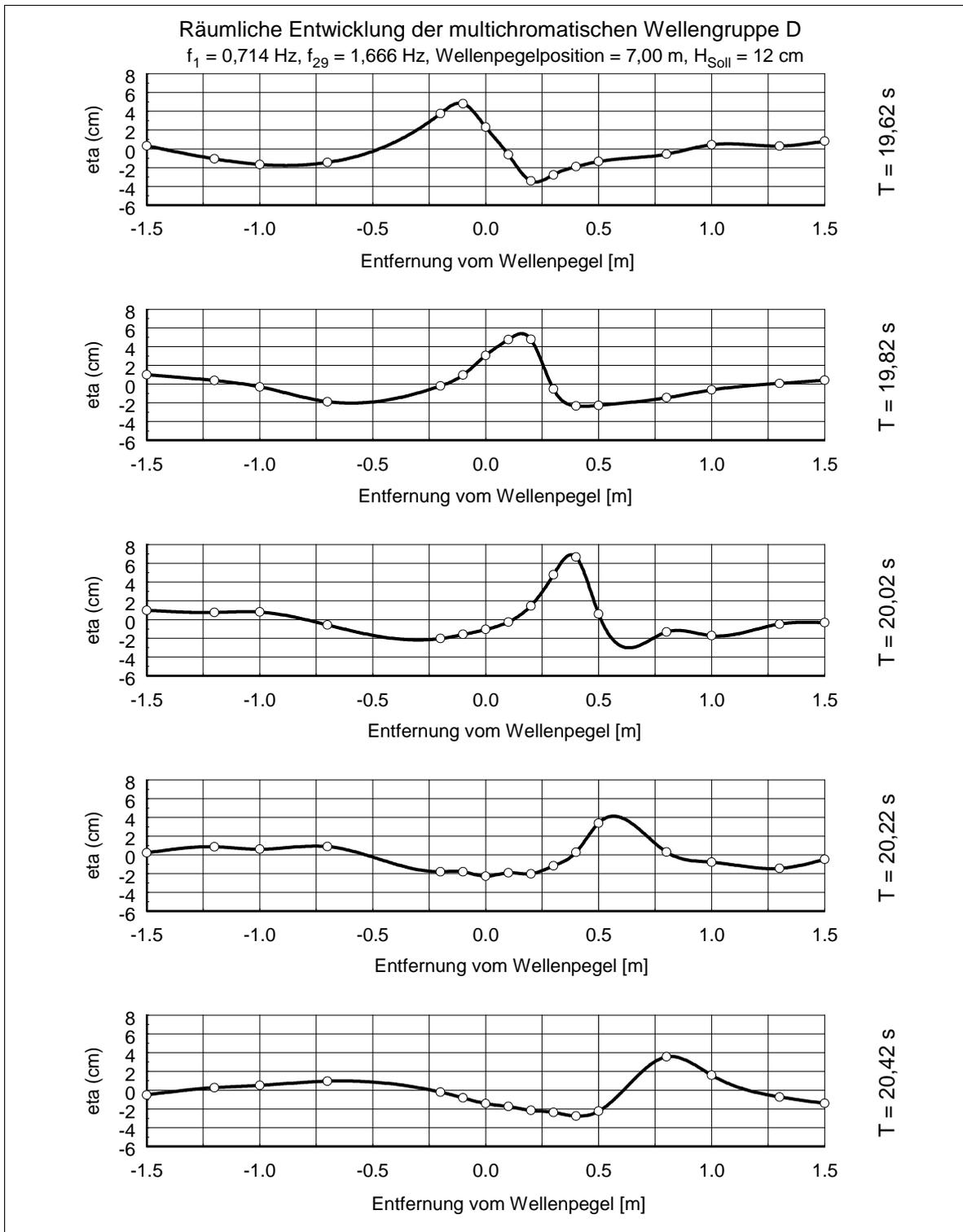


Abb. 6.32: Räumliche Entwicklung der Wellengruppe D_{29} , $H_{\text{Soll}} = 12 \text{ cm}$

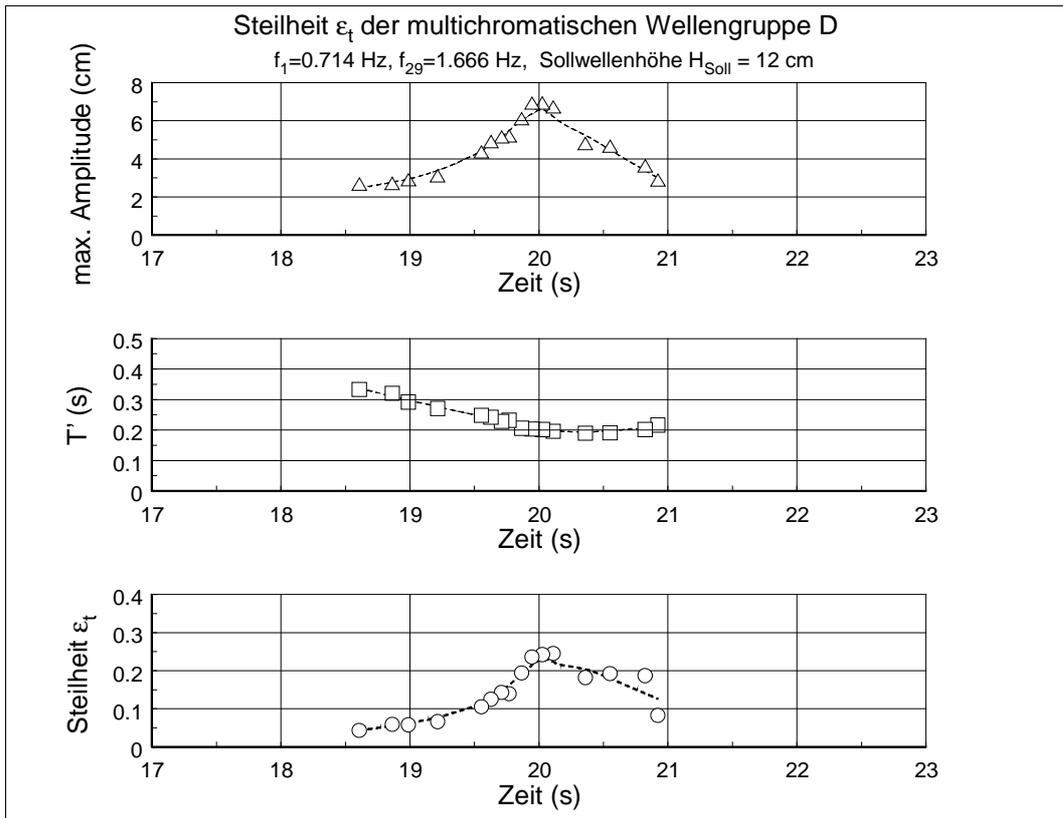


Abb. 6.33: Entwicklung der zeitlichen Steilheit ε_t (D_{29} , $H_{Soll} = 12$ cm)

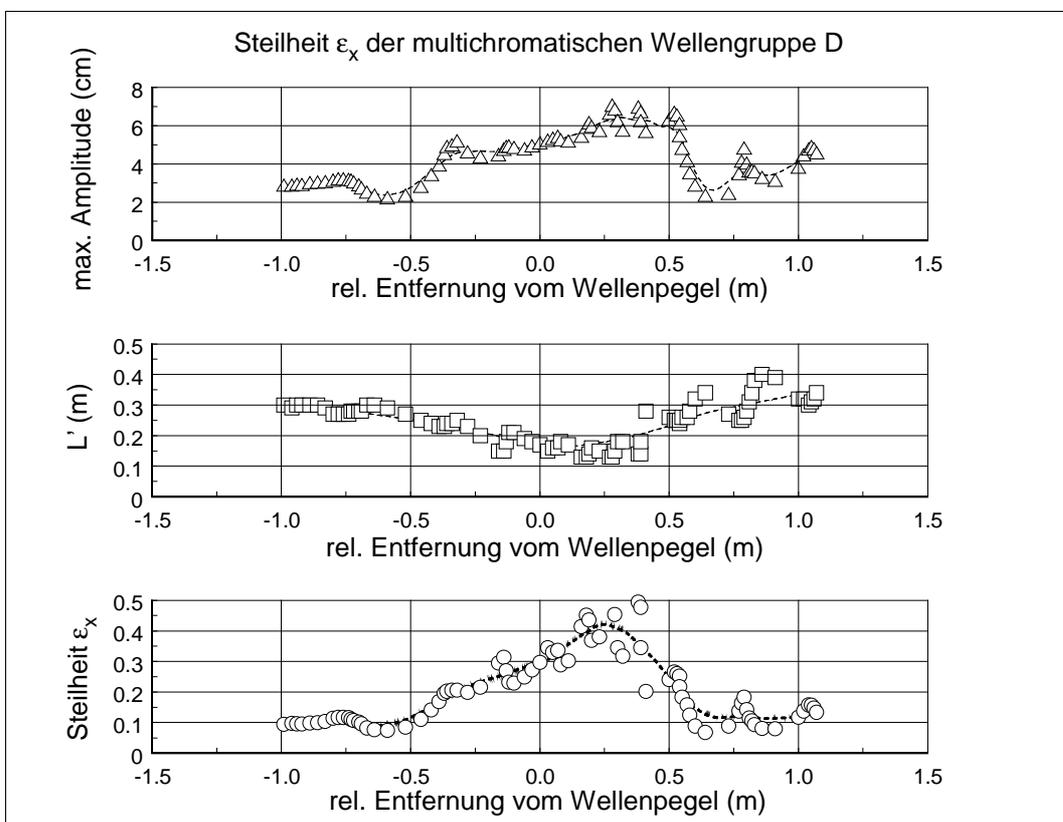


Abb. 6.34: Entwicklung der räumlichen Steilheit ε_x (D_{29} , $H_{Soll} = 12$ cm)

7 Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung der Datenanalyse

Die vorliegende Arbeit beschreibt die Phänomenologie von Freak Waves. Eine umfangreiche Literaturstudie weist den aktuellen Forschungsstand im Zusammenhang mit Naturmessungen und theoretischen Ansätzen auf. Die Hintergründe für den verstärkten Forschungsaufwand im Hinblick auf Freak Waves liegen einerseits darin den Sicherheitsstandard bestehender schiffs- und meerestechnischer Konstruktionen zu überprüfen und gegebenenfalls nachzubessern, andererseits besteht die Intention realistischere und effizientere Bemessungsregeln für maritime Bauwerke zu entwickeln.

Die vorliegende Arbeit reiht sich somit in aktuelle Forschungsvorhaben ein. Es werden zunächst eingehend die grundlegenden Überlagerungsprozesse von Wellengruppen untersucht. Die Analyse von bi- und multichromatischen Wellengruppen ergibt, daß die scheinbar vernachlässigbaren nichtlinearen Interaktionskomponenten höherer Ordnung in Frequenzspektren einen bedeutenden Stellenwert einnehmen. Hierfür wird ein Algorithmus zur Bestimmung der Anzahl und Dimension der Interaktionsfrequenzen eines N -komponentigen Spektrums n -ter Ordnung entwickelt, um im Anschluß daran in grundlegenden Experimenten anhand von bichromatischen Wellen die hochgradig nichtlinearen Frequenzen mittels Fourieranalyse nachzuweisen. Definitiv nehmen diese Interaktionskomponenten einen nicht zu vernachlässigenden Energieanteil ein. Es wird ergänzend gezeigt, daß mit steigender Ordnung keinesfalls ein abnehmender Einfluß dieser Komponenten an der Gesamtenergie der Welle vorhanden ist. Darüber hinaus wird auf Resonanzerscheinungen innerhalb der Spektren aufmerksam gemacht, die zu einer Wellenhöhenzunahme der bichromatischen Wellen führen. Trotz der offensichtlichen hochgradigen Nichtlinearität werden für bichromatische Wellen mit relativ geringem Frequenzabstand gute Ergebnisse mit einem theoretischen Ansatz zweiter Ordnung für irreguläre Wellen erzielt. Dieser beschreibt die bichromatische Welle stets präziser als ein Ansatz nach linearer Theorie. Für Frequenzpaare mit relativ großem Frequenzabstand kann diese Theorie allerdings auch keine zufriedenstellenden Ergebnisse mehr liefern.

In einem weiteren Schritt werden Freak Waves in der Wellenrinne generiert. Das verwendete Verfahren zur Generierung beruht auf der Methode, daß ein Wellenspektrum in eine finite Komponentenanzahl konstanter Frequenzschrittweite und mit gleichbleibender Amplitudenverteilung zerlegt wird. Über Anwendung der linearen Theorie wird ein Ansteuerungssignal der Wellenmaschine generiert, welches an einem zuvor bestimmten Fokussierungsort eine Freak Wave erzeugt. Die spektrale Energieverteilung der transienten Welle in der Wellenrinne weist stets eine nichtlineare Struktur auf. Ähnlich den Ergebnissen der bichromatischen Welle werden höher nichtlineare Interaktionskomponenten im Spektrum der multichromatischen Wellen analysiert. Darüber hinaus treten verstärkt Resonanzerscheinungen auf. Insbesondere für Freak Waves des breiten Spektrums dominieren diese Interaktionsprozesse. Außerdem wird festgestellt, daß die Komponentenanzahl des Spektrums nur geringfügige Unterschiede hinsichtlich des Ausbreitungsverhaltens der Freak Wave ausmacht. Eine Beschreibung der Freak Wave über den theoretischen Ansatz zweiter Ordnung liefert generell gute Ergebnisse für das schmale und breite Spektrum mit fünf Komponenten. Die gemessene Oberflächenkontur wird mit diesem Ansatz ausnahmslos präziser beschrieben als mit dem linearen Ansatz. Für multichromatische Wellengruppen mit $N = 29$ und mehr Komponenten lassen sich ähnlich gute Ergebnisse mit dieser nichtlinearen Theorie für relativ geringe Gesamtwellenhöhen erzielen. Für größere Wellenhöhen der Freak Wave

gewährleistet dieser Ansatz eine geringere Vorhersagbarkeit. Einerseits bildet die empirisch ermittelte Übertragungsfunktion den Hintergrund für diese Tatsache, da die Einzelwellenhöhen für multichromatische Wellengruppen nur ungenau abgeschätzt werden. Andererseits überwiegen hochgradig nichtlineare Interaktionserscheinungen in diesen Spektren, so daß eine Theorie zweiter Ordnung die tatsächlich existierenden Prozesse nicht erfassen kann. Darüber hinaus wird identifiziert, daß insbesondere die Freak Waves, die aus dem breiten Spektrum erzeugt werden, ein besonderes kinematisches Verhalten auszeichnet. Diese Freak Waves brechen. Ein hydrodynamischer Vorgang, den auch andere Wissenschaftler zuvor registriert haben. Es wird hinreichend genau erläutert, daß die Gültigkeit der konventionellen Brechkriterien monochromatischer Wellen für transiente Wellen nicht gegeben ist.

Es bleibt festzuhalten, daß eine gemessene transiente Welle im Vergleich mit dem theoretischen Ansatz zweiter Ordnung kontinuierlich präziser beschrieben werden kann als mit einem Ansatz nach linearer Theorie. Für bichromatische und multichromatische Wellen mit einer geringer Komponentenanzahl ($N=5$) erzeugt dieser Ansatz ganz hervorragende Ergebnisse. Für multichromatische Wellengruppen mit größerer Komponentenanzahl ($N \geq 29$) erzeugt diese Methode akzeptable Lösungen für Freak Waves mit geringer Wellenhöhe, liefert allerdings für größere Wellenhöhen - aufgrund zunehmender Nichtlinearität - nur noch unzureichende Ergebnisse. An dieser Stelle wird die Notwendigkeit der Entwicklung hochgradig nichtlinearer Wellentheorien deutlich, die auch Resonanzerscheinungen innerhalb der Wellenspektren einbeziehen.

Eine statistische Auswertung der erzeugten Freak Waves legt dar, daß die aus Naturmessungen gewonnenen Erkenntnisse labortechnisch verifiziert werden können. Zum einen liegen die im Labor gemessenen horizontalen Asymmetrien μ der Freak Waves in denselben Größenordnungen und zum anderen kann die Beobachtung bestätigt werden, daß große Wellenhöhen der Freak Waves keinesfalls mit den größten signifikanten Wellenhöhen korrelieren. Zudem weisen Freak Waves, die im Zusammenhang mit geringen signifikanten Wellenhöhen entstehen, dominante Nichtlinearitäten und Resonanzprozesse auf. Dadurch bedingt kommt es im Vergleich zur linearen Theorie zu einer deutlichen Wellenhöhenzunahme, die definitiv nicht mehr mit der Rayleigh Verteilung prognostiziert werden kann.

7.2 Zusammenfassung des Ausbreitungsverhaltens von Freak Waves

In einem ergänzenden Teil dieser Arbeit wird auf das zeitliche und räumliche Ausbreitungsverhalten von Freak Waves eingegangen. Eine modifizierte Meßmethodik stellt einen detaillierten Aufschluß über die Form und das Ausbreitungsverhalten einer Freak Wave im räumlichen und zeitlichen Zusammenhang heraus. Es wird festgestellt, daß die Propagationsgeschwindigkeit einer Freak Wave ungefähr der Phasengeschwindigkeit der mittleren Komponente des Spektrums entspricht. In einem weiteren Schritt werden die in der Literatur von *Kjeldsen* eingeführte zeitliche und räumliche Steilheit einer Freak Wave analysiert. Es wird gezeigt, daß ε_t und ε_x nur für geringe horizontale Asymmetrien ($\mu = 0,50 \sim 0,60$) der Welle äquivalent sind. Für große Wellenhöhen ist die räumliche Steilheit stets größer als die zeitlich definierte Größe. Die von *Kjeldsen* angegebenen kritischen Steilheiten $\varepsilon_t = \varepsilon_x = 0,20$ bei der ein Brechen der Welle eintreten soll, können im Rahmen dieser Arbeit nicht bestätigt werden. Vielmehr werden Größenordnungen

beobachtet, die bei einer räumlichen Steilheit von ca. 0,40 liegen. Es bleibt festzuhalten, daß das Brechen einer Freak Wave offenbar mit diesen Steilheitsparametern korrespondiert. Die vorliegende Arbeit stellt heraus, daß die Geschwindigkeit des Fokussierungsprozesses der Freak Wave eine gravierende Rolle spielt. Außerdem müssen die Bandbreite des Spektrums und die damit verbundenen Nichtlinearitäten und Resonanzerscheinungen als ausschlaggebende Kennzeichen berücksichtigt werden.

7.3 Ausblick

Bislang völlig unbeachtet sind in diesem Zusammenhang die kinematischen Vorgänge während der Fokussierung der Freak Wave. Es wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit der Versuch unternommen die Geschwindigkeitskomponenten im Fokussierungspunkt der Welle vektoriell mittels einer ADV-Sonde (Acoustic Doppler Velocimetry) in variierender Tiefe zu messen. Ein derartiges Meßinstrument ist für dieses Aufgabengebiet nicht geeignet und spiegelt sich in den Umständen wider, daß lediglich Geschwindigkeiten unterhalb des maximalen Wellentals der Freak Wave, in einer Tiefe von ca. 5 cm relativ zum Ruhewasserspiegel, ermittelt werden konnten. Die Geschwindigkeits- und Beschleunigungskomponenten im Wellenberg der Freak Wave bleiben infolgedessen völlig unbeleuchtet.

Ein adäquates Meßinstrument zur Feststellung der kinematischen Vorgänge einer Freak Wave, stellt das sogenannte PIV - System (Particle Image Velocimetry) dar. Bei diesem meßtechnischen Verfahren wird eine große Anzahl an dichteäquivalenten Partikeln ins Wasser gegeben und durch eine zeitlich gepulste Lichtschnittebene eines extern der Wellenrinne aufgestellten Lasers illuminiert. Prinzipiell werden die von jedem Partikel reflektierten Lichtstrahlen von einer Kamera aufgenommen und über einen leistungsstarken PC in Einzelbilder digitalisiert und gespeichert. Die vektoriellen Geschwindigkeiten bzw. Beschleunigungen jedes Partikels wird über die Bestimmung der Positionsveränderung zwischen zwei aufeinanderfolgenden Einzelbildern berechnet. Die tatsächlich existierenden Strömungsverhältnisse im Wellenberg einer Freak Wave können somit vektoriell über eine definierte Breite der Rinne zeitlich diskretisiert ermittelt werden und somit obligatorisch detailliertere Informationen über Geschwindigkeits- und Beschleunigungskomponenten während des Fokussierungs- und insbesondere des Brechungsvorgangs der transienten Welle liefern.

LITERATURVERZEICHNIS

AIRY, G. B., "Tides and Waves", In Anon. (Ed.), Encyclopaedia Metropolitana, pp. 241-396, J.J. Griffin, London, 1849

BADE, P., "Erzeugung kurzer seegangsähnlicher Wellenzüge in Wasser begrenzter Tiefe durch Überlagerung dispergierender permanenter Wellenpakete", Dissertationsschrift, TU Berlin, Mitteilung Nr. 93 des IWAWI, 1980

BALDOCK, T. E., SWAN, C., "Extreme waves in shallow and intermediate water depths", Coastal Engineering, Vol. 27, Elsevier Sciences B.V., pp. 21-46, 1996

BECKER, M., GRAW, K.-U., KALDENHOFF, H., KOOLA, P. M., LENGRIEHT, J., SCHLENKHOFF, A., "Labor Hofae: Die Wellenrinne des IGAW, Weiterentwicklung und Experimente", Institutsmitteilung Nr. 9, Berg.-Univ. – GH Wuppertal, 1996

BERGMANN, J., "Gaußsche Wellenpakete: Ein Verfahren zur Analyse des Seegangsverhaltens meeres technischer Konstruktion", Dissertationsschrift, TU Berlin, 1985

BIÉSEL, F., "Les appareils generateurs de houle en laboratoire", La Huille Blanche, Paris, France, 6(2,4,5) and 7(6), 1951

BRETSCHNEIDER, C. L., "Significant waves and wave spectrum", Ocean Industry, pp. 40-46, 1968

CLAUSS, G. F., "Application of Gaussian Wave Packets for seakeeping tests of Offshore structures", In Water Wave Kinematics, Kluwer Academic Publishers, NATO ASI series, 1989

DEAN, R. G., DALRYMPLE, R. A., "Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists", Prentice-Hall Int. Englewood Cliffs, New Jersey, 1984

DEAN, R. G., "Stream function representation of nonlinear ocean waves", Journal of Geophysical Research, Vol. 70, pp. 61-72, 1965

DEAN, R. G., "Freak Waves – A possible explanation", In Water Wave Kinematics, Kluwer Academic Publishers, NATO ASI series, 1989

DOSE, T., KALDENHOFF, H., SCHLURMANN, T., "Conception of breakwaters with active force dissipation by hydraulic jets", 17.2 - 19.2.1999, Hydralab, Hannover, Germany, 1999 (im Druck)

FENTON, J. D., "A fifth-order Stokes theory for steady waves", Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Engineering Vol 111, No. 2, ASCE, pp. 216-234, 1985

GERSTNER, F. J., "Theorien der Wellen". Abhandlung der Königlichen Böhmisches Gesellschaft der Wissenschaften, Prag, pp. 412-440, 1804

GODA, Y., "Random Seas and Design of Maritime Structures", University of Tokyo Press, 1985

GRAW, K.-U., "Untersuchungen zur Beschreibung eines Seegangs durch Wellenpakete", Diplomarbeit am IWAWI, TU Berlin, 1982

GRAW, K.-U., "Untersuchungen am Plattenwellenbrecher", Institutsmitteilung Nr. 7, Berg.-Univ. - GH Wuppertal, 1994

GRAW, K.-U., KALDENHOFF, H., SCHLURMANN, T., "Physikalisch und mathematische Bestimmung der Energieanteile unterschiedlich erzeugter Schwerewellen", Abschlußbericht des DFG Forschungsvorhabens (Gr1000/3-2), 1998, unveröffentlicht

GRAW, K.-U., KOOLA, P. M., "Stoßbelastungen auf Plattformen über der Wasseroberfläche durch zeitlich und räumlich überlagerte Wellen", Abschlußbericht Volkswagen-Stiftung, 1996

HASSELMANN, K. ET AL., "Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP)", Deutsche Hydr. Zeit., Reihe A8, Nr. 12, 1973

I.A.H.R., "List of Sea state parameter", Supplement to Bulletin No. 52, 1986

JOHANNESSEN, T. B., SWAN, C., "Nonlinear transient water waves – part I. A numerical method of computations with comparisons to 2-D laboratory data", Applied Ocean Research, Vol. 19, Elsevier Science Ltd. pp. 293-308, 1998

KINSMAN, B., "Wind Waves, their Generation and Propagation on the Ocean Surface", Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs, NYC, 1965

KJELDSEN, S. P., "Breaking Waves", In Water Wave Kinematics, Kluwer Academic Publishers, NATO ASI series, 1989

KJELDSEN, S. P., "The wave follower experiment", Proc. of Symposium on the Air-sea Interface, radio and acoustic sensing, turbulence and wave dynamics, Marseilles, France, 1993

KJELDSEN, S. P., "Examples of Heavy Weather Damages caused by Giant Waves", Techno Marine, Bul. of the Society of Naval Architects of Japan, Vol. 10, pp. 24-28, 1997

KOOLA, P. M., "Multifunctional wave absorbing breakwaters", final A.v.H. report , 1998, (unveröffentlicht)

KOOLA, P. M., KALDENHOFF, H., SCHLURMANN, T., "Multifunctional wave absorbing breakwaters with extreme force dissipation", 19.4 – 23.4.1999, COPEDEC, Cape Town, South Africa, 1999

KRIEBEL, D. L., DAWSON, T. H., "Evolution of wave breaking in random seas", Proc. International symposium on waves – physical and numerical modelling, Vol. II, Univ. of Vancouver, Canada, pp. 763-772, 1994

KWAY, J., LOH, Y., CHAN, E. S., "Laboratory study of deep-water breaking waves", Ocean Engineering Vol. 25, Elsevier Science Ltd., pp. 657-676, 1998

LONGUETT-HIGGINS, M. S., STEWART, R. W., "Changes in the form of short gravity waves on long waves and tidal currents", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 8, pp. 565-583, 1960

LONGUETT-HIGGINS, M. S., STEWART, R. W., "Radiation stress and mass transport in gravity waves, with application to surf beats", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 13, pp. 481-504, 1962

LONGUETT-HIGGINS, M. S., "Resonant interactions between two trains of gravity waves", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 12, pp. 321-332, 1961

LONGUETT-HIGGINS, M. S., "On the statistical distributions of sea waves", Journal of Marine Research, Vol. 11, No. 3, pp. 245-265, 1952

MADSEN, O. S., "On the Generation of Long Waves", Journal of Geophysical Research, Vol. 76, No. 36, 1971

MANSARD, E. P. D., SAND, S. E., KLINTING, P., "Sub- and superharmonics in natural seas", 1986

MANSARD, E. P. D., PRATTE, B. D., "Moored ship response in irregular waves", Proc. XVIII Inter. Conference on Coastal Engineering, Cape Town, South Africa, 1983

MICHE, A., "Mouvements ondulatoires de la mer en profondeur constante de décroissante. Ann. Ponts et Chaussées, pp. 25-78, 1944

MITSUYASU, H., "On the growth of spectrum of wind-generated waves (2) – spectral shape of wind waves at finite fetch", Proc. 17th Japanese Conf. Coastal Eng. pp. 1-7, 1970

- NICKERSON, J. W.**, "Freak Waves!", In *Mariners Weather Log*, Vol. 37, No. 4, pp. 13-27, 1993
- PHILLIPS, O. M.**, "On the generation of waves by turbulent waves", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 2, pp. 505-584, 1957
- PIERSON, W. J., MOSKOWITZ, L.**, "A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity law of S.A. Kitaigorodski", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 69, No. 24, pp. 5181-5190, 1964
- RIENECKER, M. M., FENTON, J. D.**, "A Fourier Approximation Method for Steady Water Waves", *Journal of Fluid Mechanics*", Vol. 104, pp. 119-137, 1981
- ROZARIO, J. B., TROMANS, P. S., TAYLOR, P. H., EFTHYMIU, M.**, "Comparison of Loads predicted using "Newwave theory" and other wave models with measurements on the tren structure", *Wave Kinematics and Environmental Forces*, Vol. 29, Soc. for Underw. Techn., pp. 143-159, 1993
- SAND, S. E., MANSARD, E. P. D.**, "Reproduction of higher harmonics in irregular waves", *Ocean Engineering*, Vol. 13, No. 1, pp. 57-83, 1986
- SAND, S. E., OTTESEN HANSEN, N. E., KLINTING, P., GUDMESTAD, O. T., STERNORFF, M. J.**, "Freak Wave Kinematics", In *Water Wave Kinematics*, Kluwer Academic Publishers, NATO ASI series, 1989
- SCHÄFFER, H. A.**, "Second-Order wavemaker theory for irregular waves", *Ocean Engineering*, Vol. 23, No.1, pp. 47-88, 1996
- SCHLURMANN, T., KALDENHOFF, H.**, "Spatial and time-dependent evolution of extreme waves in intermediate and deep water depths", 17. - 19.2.1999 Hydralab, Hannover, Germany, 1999 (im Druck)
- SCHWARTZ, L. W.**, "Computer Extension and Analytic Continuation of Stokes' Expansion for Gravity Waves", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 62, pp. 553-578, 1974
- SHILLIGTON, F. A., SCHUMANN, E. H.**, "High Waves in the Aghulhas Current", In *Mariners Weather Log*, Vol. 37, No. 4, 1993
- SILVESTER, R.**, "Coastal Engineering, 1, Generation, Propagation and Influence of waves", Elsevier Scientific Publ. Comp. 1974
- SKOURUP, J., HANSEN, N. E. O., ANDREASEN, K. K.**, "Non-Gaussian Extreme Waves in the Central North Sea", Proc. of the 15th International Symposium and Exhibition on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Florence, Italy, ASME, 1997
- SOBEY, R. J.**, "Wave theory predictions of crest kinematics", In *Water Wave Kinematics*, Kluwer Academic Publishers, NATO ASI series, 1989
1990
- SOBEY, R. J.**, "Linear and Nonlinear wavetheories", course notes, Leichtweiß Institut für Wasserbau, TU Braunschweig, 1997 (unveröffentlicht)
- STOKES, G. G.**, "On the theory of Oscillatory Waves", *Encyclopaedia Metropolitana*, Tides and Waves, Vol. VIII, Part IV, pp. 442-455, 1847
- WHEELER, J. D.**, "Method for calculating forces produced by irregular waves", Proc. 1st annual Offshore Tech. Conf., Houston, Vol.1, pp. 71-82, 1970
- YASUDA, T., MORI, N.**, "Occurrence Properties of Giant Freak Waves in Sea Area Around Japan", *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, Vol. 123, No. 4, pp. 209-213, 1997

ZAKHAROV, V. E., SHABAT, A. B., "Exact theory of two-dimensional self-focussing and one-dimensional self-modulating waves in non-linear media", übersetzt in Soviet Physics, JETP 34, 62, 1972

ZHANG, J., CHEN, L., YE, M., RANDALL, R. E., "Hybrid wave model for unidirectional irregular waves – Part I. Theory and numerical scheme", Applied Ocean Research, Vol. 18, Elsevier Science Ltd., pp. 77-92, 1997

ZHANG, J., CHEN, L., YE, M., RANDALL, R. E., "Hybrid wave model for unidirectional irregular waves – Part II. Coparison with laboratory measurements", Applied Ocean Research, Vol. 18, Elsevier Science Ltd., pp. 92-108, 1997

ANHANG A

A.1 Wellentheoretische Zusammenhänge

A.1.1 Allgemeines

Im folgenden werden die Lösungen der Bewegungsgleichungen von Oberflächenwellen besprochen. In einem ersten Schritt wird die Stokes Gleichung aufgezeigt und ein allgemeiner Lösungsansatz beschrieben. Im Anschluß daran wird die lineare Lösung für monochromatische Wellen aufgezeigt. Darüber hinaus wird eine Lösung zweiter Ordnung präsentiert; ein Ergebnis nach fünfter Ordnung wird erwähnt, aber nicht explizit hergeleitet [Fenton, 1985]. In einem weiteren Schritt wird dargestellt, welche Wellenterme zusätzlich entstehen, wenn sich zwei Wellen parallel zueinander ausbreiten (Bichromatische Welle). Dieser Ansatz wird präzise bis zur zweiten Ordnung ausgeführt und ein Ausblick darauf gegeben, welche weiteren nichtlinearen Interaktionsterme in bi- und multichromatische Wellengruppen nach höheren Theorien entstehen.

A.1.2 Stokes Wellentheorie für monochromatische Wellen

A.1.2.1 Annahmen und Randbedingungen

Stokes [1880] setzt für seine Theorie voraus, daß der Wasserkörper, in dem sich Schwerewellen ausbreiten, homogen und inkompressibel ist. Des weiteren wird das Strömungsfeld als rotationsfrei vorausgesetzt und läßt sich daher als Gradient eines Geschwindigkeitspotentials $\Phi(x,y,z,t)$ darstellen. Durch diese Voraussetzungen und aus der Inkompressibilitätsbedingung $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ folgt, daß das Geschwindigkeitspotential $\Phi(x,y,z,t)$ durch die Laplacegleichung beschrieben werden kann (Gl. A.1).

$$\nabla^2 \Phi = \Delta \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{Gl. A.1})$$

Das Geschwindigkeitspotential $\Phi(x,y,z,t)$ ist in der Regel dreidimensional zu lösen. In dieser Arbeit beschränkt sich die Betrachtungsweise auf zwei Dimensionen, da im Wellenkanal des Instituts nur zweidimensionale Wellen erzeugt werden können. Abbildung A.1 stellt das Gebiet zur Lösung des Geschwindigkeitspotentials vor.

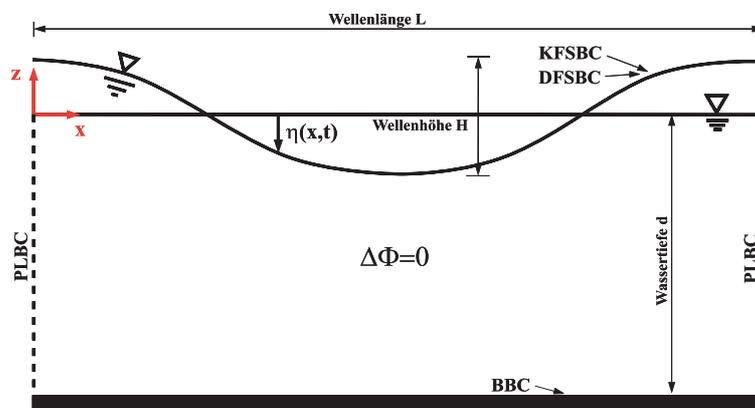


Abb. A.1: Gebiet zur Lösung der Laplace Differentialgleichung

Die zu lösende Laplacegleichung aus Gl. A.1 stellt eine elliptische partielle Differentialgleichung in den Gebietsbegrenzungen $0 \leq x \leq L$ und $-d \leq z \leq \eta(x,t)$ dar [Sobey, 1997]. Diese Gleichung kann geschlossen gelöst werden, indem auf jedem Rand Bedingungen angegeben werden. Im folgenden werden die englischsprachigen Bezeichnungen übernommen. Die BBC (*Bottom Boundary Condition*) setzt voraus, daß keine Flüssigkeit durch den Boden des Gebietes entweicht (Gl. A.2).

$$\text{BBC:} \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{für } z = -d \quad (\text{Gl. A.2})$$

Die KFSBC (*Kinematic Free Surface Boundary Condition*) gibt die Randbedingung an der frei verformbaren Wasseroberfläche an. Ähnlich wie bei der BBC gilt, daß kein Fluidpartikel durch diese Fläche treten kann, anderenfalls wäre nämlich überhaupt keine Oberfläche ("*Interface*") zwischen Wasser und Luft vorhanden. Die mathematische Erfassung dieser Randbedingung setzt voraus, daß das Differential D/Dt der Oberflächenauslenkung $\eta(x,t)$ äquivalent der Geschwindigkeit eines Fluidpartikels sein muß, welches sich an der Oberfläche befindet, so daß:

$$\text{KFSBC:} \quad -\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \text{für } z = \eta(x,t) \quad (\text{Gl. A.3})$$

Eine zweite Randbedingung an der Wasseroberfläche wird durch die DFSBC (*Dynamic Free Surface Boundary Condition*) beschrieben. Sie charakterisiert die Druckverteilung an der Oberfläche, die immer und überall dem atmosphärischen Luftdruck entspricht. Infolgedessen wird die instationäre Bernoulli-Gleichung angesetzt. Die Summation aller Terme auf der linken Seite der (Gl. A.4) liefert die zeitlich variante Bernoulli Konstante $C(t)$. Im allgemeinen wird der absolute Druck p in Gleichung A.4 zu Null gesetzt.

$$\text{DFSBC:} \quad -\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \Phi^2}{\partial x} + \frac{\partial \Phi^2}{\partial z} \right] + \frac{p}{\rho_w} + gz = C(t) \quad \text{für } z = \eta(x,t) \quad (\text{Gl. A.4})$$

Schließlich muß noch die PLBC (*Periodic Lateral Boundary Condition*) erläutert werden. Diese Randbedingung legt die zeitliche und räumliche Periodizität einer Schwerewelle fest (Gl. A.5).

$$\text{PLBC:} \quad \Phi(x,z,t) = \Phi(x+L,z,t) \quad \text{und} \quad \Phi(x,z,t) = \Phi(x,z,t+T) \quad (\text{Gl. A.5})$$

A.1.2.2 Lösung der Stokesschen Gleichungen

Der essentielle Grundgedanke von *Stokes* ist, die Variation der Oberflächenauslenkung durch eine Fourierreihe darzustellen, deren Koeffizienten als parametrisierte Störungsglieder (perturbation expansion) mit steigender Wellenhöhe berechnet werden können. *Stokes* benutzt hierzu das Produkt aus der Wellenamplitude $H/2$ und Wellenzahl k und stellt damit einen dimensionslosen Parameter $\varepsilon = H/2 * k$ dar, der nichts anderes als die Steilheit der Welle repräsentiert [Fenton, 1985]. Dieser Lösungsansatz kann somit durch Superposition einzelner Geschwindigkeitspotentiale, aufgrund des linearen Charakters der Laplacegleichung, ausgedrückt werden (Gl. A.6) [Dean & Dalrymple, 1984]:

$$\Phi = \varepsilon\Phi_1 + \varepsilon^2\Phi_2 + \varepsilon^3\Phi_3 + \dots \quad (\text{Gl. A.6})$$

Die Lösung erster Ordnung beinhaltet somit eine Abhängigkeit von ε , während nichtlineare Lösungen n -ter Ordnung Abhängigkeiten von ε^n implementieren. Die BBC und die PLBC werden von diesem Ansatz nicht beeinträchtigt (Lineare Randbedingungen), während die KFSBC und die DFSBC mittels einer Taylorreihe entsprechend der gewünschten Ordnung um den Entwicklungspunkt $z = 0$ entwickelt werden müssen (Nichtlineare Randbedingungen). Die generelle Vorgehensweise ist von *Dean & Dalrymple [1984]* in allgemeiner Lösung angegeben. *Fenton [1985]* löst dieses Problem für monochromatische Wellen explizit bis zur fünften Ordnung.

A.1.2.3 Lineare Lösung

Die lineare Wellentheorie, die auch Theorie nach *Airy [1849]* benannt wird bildet eine zentrale Rolle in den Fachdisziplinen der Ozeanographie und des Küsteningenieurwesens. Zahlreiche hydrodynamische Prozesse lassen sich anhand dieser vereinfachten Lösung der *Stokes'schen* Wellentheorie erklären und ableiten.

Generell bleibt die Gültigkeit der Laplacegleichung sowie der Randbedingungen erhalten, wobei vorausgesetzt wird, daß die Wellenhöhe H eine verschwindend kleine Größe annimmt und sich deshalb die nichtlinearen Randbedingungen aus den Gleichungen A.3 und A.4 stark vereinfachen. Infolgedessen wird die lineare Theorie oftmals als *small amplitude wavetheory* bezeichnet.

Konkret werden die linearisierten Randbedingungen definiert, als:

$$\text{BBC:} \quad \frac{\partial\Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{für } z = -d \quad (\text{Gl. A.7})$$

$$\text{KFSBC:} \quad -\frac{\partial\Phi}{\partial z} = \frac{\partial\eta}{\partial t} \quad \text{für } z = 0 \quad (\text{Gl. A.8})$$

$$\text{DFSBC:} \quad -\frac{\partial\Phi}{\partial t} + gz = 0 \quad \text{für } z = 0 \quad (\text{Gl. A.9})$$

$$\text{PLBC:} \quad \Phi(x,t) = \Phi(x+L,t) \quad \text{und} \quad \Phi(x,t) = \Phi(x,t+T) \quad (\text{Gl. A.10})$$

Durch Trennung der Variablen und einigen Umformungen gelangt man zu zwei realen, periodischen Lösungen des Geschwindigkeitspotentials, wovon eine hier nicht näher beschrieben wird, da sie die Lösung einer stehenden Welle darstellt. Die andere Lösung kennzeichnet das Geschwindigkeitspotential einer progressiven Schwerewelle (Gl. A.11).

$$\Phi(x,z,t) = + \frac{Hg}{2\omega} \frac{\cosh(k(d+z))}{\cosh(kd)} \sin(kx - \omega t) \quad (\text{Gl. A.11})$$

In dieser Gleichung stellt H die Wellenhöhe [m], g die Gravitationsbeschleunigung [m/s^2], d die Wassertiefe [m], $\omega = 2\pi/T$ die Kreisfrequenz [1/s] und $k = 2\pi/L$ die Wellenzahl [1/m] dar. Die Koordinaten x und z sind für diese lineare Lösung in den Bereichen $-\infty \leq x \leq \infty$ und bemerkenswerterweise $-d \leq z \leq 0$ definiert!

Zwischen den drei Parameter ω , k und d besteht – im mathematischen Sinn - eine lineare Abhängigkeit und müssen über die sogenannte Dispersionsrelation (dispersion relationship) zuvor bestimmt werden (Gl. A.12).

$$\omega^2 = gk \tanh(kd) \quad (\text{Gl. A.12})$$

Die Oberflächenauslenkung $\eta(x,t)$ einer linearen Welle berechnet sich aus der DFSBC (Gl. A.9). Charakteristisch für diese Gleichung ist, daß die Phaseninformation im Argument des Cosinus und daß die Amplitude des Wellenbergs gleich der des Wellentals ist.

$$\eta(x,t) = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t) \quad (\text{Gl. A.13})$$

Aus dem Geschwindigkeitspotential (Gl. A.11) lassen sich direkt weitere kinematische Größen, wie z.B. Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen, ableiten [z.B. *Sobey, 1997*].

A.1.2.4 Lösung zweiter Ordnung

Die Lösung nach zweiter Ordnung umfaßt laut Gleichung A.6 eine Abhängigkeit von ε^2 . Man ermittelt zunächst das Geschwindigkeitspotential Φ_1 erster Ordnung und benutzt diese Lösung zur Berechnung von Φ_2 . Mit der in 1.2.2 angegebenen Lösungsprozedur lauten die Randbedingungen wie folgt:

$$\text{BBC:} \quad \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} = 0 \quad \text{für } z = -d \quad (\text{Gl. A.14})$$

$$\text{KFSBC:} \quad -\frac{\partial \Phi_2}{\partial z} - \frac{\partial \eta_2}{\partial t} = -\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \eta_1 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z^2} \quad \text{für } z = 0 \quad (\text{Gl. A.15})$$

$$\text{DFSBC:} \quad \eta_2 - \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} - Q_2(t) = -\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \right)^2 \right] + \eta_1 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z \partial t} = 0 \quad \text{für } z = 0 \quad (\text{Gl. A.16})$$

$$\text{PLBC:} \quad \Phi_2(x,z,t) = \Phi_2(x+L,z,t) \quad \text{und} \quad \Phi_2(x,z,t) = \Phi_2(x,z,t+T) \quad (\text{Gl. A.17})$$

Bemerkenswert ist, daß die Gleichungen A.14 bis A.17 im zu betrachtenden zweiten Grad linear sind; auch wenn die KFSBC und DFSBC inhomogene Terme erster Ordnung beinhalten, die aber aus der linearen Lösung bekannt sind. Das Geschwindigkeitspotential und die Oberflächenauslenkung zweiter Ordnung sind in den Gleichungen A.18 und A.19 explizit dargestellt.

$$\Phi(x,z,t) = \frac{Hg}{2\omega} \frac{\cosh(k(h+z))}{\cosh(kd)} \sin(kx - \omega t) + \frac{3}{32} H^2 \omega \frac{\cosh(2k(d+z))}{\sinh^4(kd)} \sin(2(kx - \omega t)) \quad (\text{Gl. A.18})$$

$$\eta(x,t) = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t) + \frac{H^2 k}{16} \frac{\cosh(kd)}{\sinh^3(kd)} (2 + \cosh(2kd)) \cos(2(kx - \omega t)) \quad (\text{Gl. A.19})$$

Gleichung A.19 zeigt, daß zu der linearen Oberflächenauslenkung ein weiterer Term mit der doppelten Phase addiert wird. Diese Lösung entspricht eher der natürlichen Oberflächenauslenkung einer Welle, zumal die in der Natur existierenden Wellen der Form einer Trochoide gleichen [Gerstner, 1804]. Eine Welle weist immer einen höheren Berg und ein flacheres Tal auf! Der Term der zweifachen Phase wird gebundene Superharmonische erster Ordnung (bounded superharmonic) genannt, da er kein originäres dispersives Ausbreitungsverhalten aufweist und sich mit der fundamentalen Phase der Welle bewegt. Es ist abzuschätzen, daß zum Zeitpunkt $t = 0$ oder am Ort $x = 0$ der erste und zweite Term maximal werden – der Wellenberg wird größer als nach linearer Theorie – und zum Zeitpunkt $t = T/2$ oder am Ort $x = L/2$ der erste Term minimal und der zweite Term maximal wird – das Wellental wird flacher als nach erster Ordnung. Die Dispersionrelation nach Gl. A.12 muß nach zweiter Ordnung nicht neu gelöst werden und besagt somit, daß eine Welle dieselbe Wellenlänge, wie nach linearer Theorie, aufweist.

Nach fünfter Ordnung muß allerdings diese Dispersionsrelation erweitert werden und eine iterative Berechnung der linearen Abhängigkeit zwischen den drei Parameter ω , k und d vorgenommen werden [Fenton, 1985], so daß die Wellenlänge nach fünfter Ordnung generell größer ist; und den natürlichen Schwerewellen in Form und Ausbreitungsverhalten ähnlicher werden. Eine Berechnung fünfter Ordnung umfaßt somit auch vier gebundene superharmonische Frequenzterme, die jeweils in Phase mit der fundamentalen Frequenz auftreten. Abbildung A.2 a und b verdeutlichen diese Beziehung noch einmal, indem die Oberflächenauslenkung nach erster, zweiter und fünfter Ordnung in Abhängigkeit der Zeit beziehungsweise des Ortes für eine exemplarische Tiefwasserwelle ($d = 100\text{ m}$, $H = 10\text{ m}$, $T = 10\text{ s}$) dargestellt sind. Interessanterweise zeigt dieser Vergleich, daß die Wellenamplituden nach zweiter Ordnung annähernd identisch der nach der fünften Ordnung ist, während sich die Wellenlängen deutlich voneinander unterscheiden. Eine aufwendige Berechnung für Tiefwasserwellen nach fünfter Ordnung ist nur dann gerechtfertigt, wenn man exaktere Daten bezüglich der Oberflächenform verlangt. Die Amplituden des Wellenbergs bzw. -tals lassen sich für diese Konfiguration offensichtlich nach zweiter Ordnung gut abschätzen.

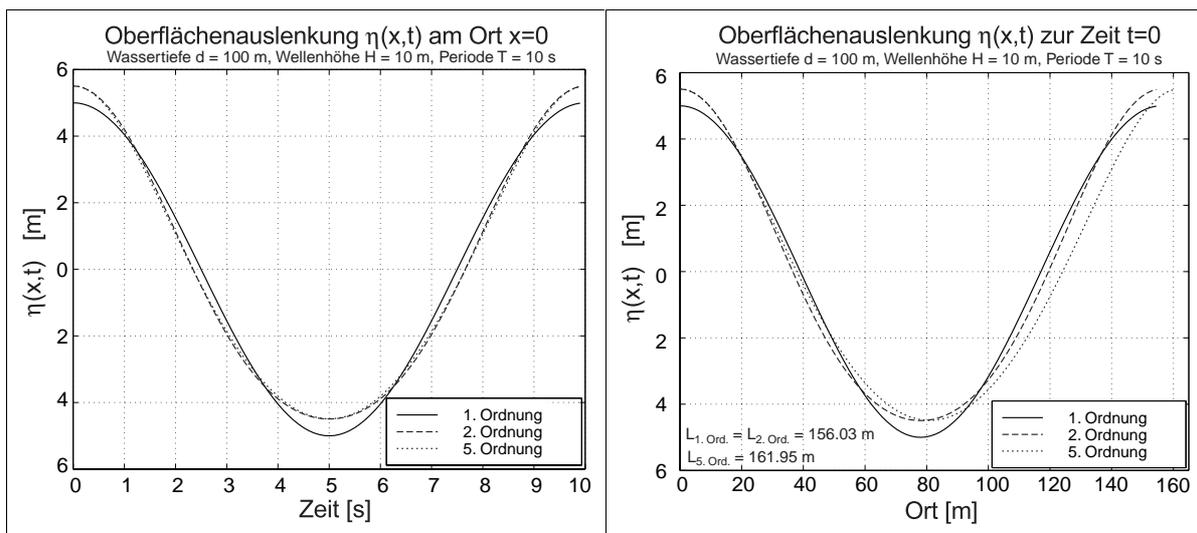


Abb. A.2 a: zeitliche Darstellung

Abb. A.2 b: räumliche Darstellung

An dieser Stelle kann erwähnt werden, daß gleichzeitig auch Vergleiche mit der numerischen *Streamfunction wavetheory* nach Dean [1965] bis zur 15. Ordnung angestellt wurden und keine nennenswerten Unterschiede im Vergleich zur Theorie zweiter Ordnung

nach *Stokes* im Tiefwasserbereich festzustellen waren.

A.1.3 Stokes Wellentheorie für bichromatische Wellen

Für die Durchführung der Betrachtung einer bichromatischen Welle bzw. einer multichromatischen Welle gelten grundsätzlich dieselben Annahmen und Randbedingungen wie für monochromatische Wellen (Gl. A.1 bis A.5). Im folgenden wird eine bichromatische Welle, als eine sich aus zwei Einzelwellen überlagerte Welle definiert. *Longuet-Higgins & Stewart [1960]* formulieren analytisch eine bichromatische Welle zweiter Ordnung nach dem bereits erwähnten Verfahren der parameterisierten Störungsglieder (*perturbation expansion*). Das resultierende Geschwindigkeitspotential $\Phi(x,z,t)$ und wird in Gleichung A.20 aufgeführt. Die Indizes 1 und 2 repräsentieren im folgenden die Zugehörigkeit zu der jeweiligen Einzelwelle 1 bzw. 2.

$$\begin{aligned} \Phi(x,z,t) = & \frac{H_1 g}{2\omega_1} \frac{\cosh(k_1(d+z))}{\cosh(k_1 d)} \sin \Theta_1 + \frac{H_2 g}{2\omega_2} \frac{\cosh(k_2(d+z))}{\cosh(k_2 d)} \sin \Theta_2 \\ & + \frac{3}{32} H_1^2 \omega_1 \frac{\cosh(2k_1(d+z))}{\sinh^4(k_1 d)} \sin 2\Theta_1 + \frac{3}{32} H_2^2 \omega_2 \frac{\cosh(2k_2(d+z))}{\sinh^4(k_2 d)} \sin 2\Theta_2 \\ & + A_{(-)} \frac{\cosh((k_2 - k_1) \cdot (d+z))}{\cosh((k_2 - k_1) \cdot d)} \sin(\Theta_2 - \Theta_1) + A_{(+)} \frac{\cosh((k_2 + k_1) \cdot (d+z))}{\cosh((k_2 + k_1) \cdot d)} \sin(\Theta_2 + \Theta_1) \end{aligned} \quad (Gl. A.20)$$

In dieser Gleichung stellen Θ_1 und Θ_2 die Phasen ($k_1 x - \omega_1 t$) bzw. ($k_2 x - \omega_2 t$) der Einzelwellen dar. Es ist eindeutig zu erkennen, daß das bichromatische Geschwindigkeitspotential aus sechs Einzeltermen zusammengesetzt wird. Im direkten Vergleich zu Gleichung A.18 tauchen zwei zusätzliche Terme auf, die mit der einfachen Summation der Einzelwellen nach zweiter Ordnung nicht beschrieben werden können und repräsentieren diesbezüglich zwei sogenannte Interaktionsfrequenzen, die sich mit der Gruppengeschwindigkeit der bichromatischen Welle ausbreiten (*Wave-Wave Interaction frequencies*). Die mit $A_{(-)}$ und $A_{(+)}$ aufgeführten Gleichungselemente definieren eine subharmonische bzw. eine superharmonische Frequenz und sind stets an der Phasendifferenz ($\Theta_2 - \Theta_1$) bzw. -summation ($\Theta_2 + \Theta_1$) zu identifizieren. Hervorzuheben ist das generelle Auftreten dieser Sub- und Superharmonischen auch in natürlichen Wellen. Die Potentialamplituden $A_{(-)}$ und $A_{(+)}$ werden wie folgt bestimmt (Gl. A.21).

$$A_{(-)} = RX_{1,2} \frac{H_1 H_2}{4} \omega_2 \quad \text{und} \quad A_{(+)} = SX_{1,2} \frac{H_1 H_2}{4} \omega_2 \quad (Gl. A.21)$$

$$\text{mit: } RX_{1,2} = \frac{(a_1 a_2 - 1) \cdot 2\lambda_{1,2}(1 - \lambda_{1,2}) \cdot (a_1 a_2 + 1) - \lambda_{1,2}^3 (a_1^2 - 1) + a_2^2 - 1}{2 \cdot \lambda_{1,2}^2 (a_1^2 - 1) - 2\lambda_{1,2} (a_1 a_2 - 1) + a_2^2 - 1} \quad (Gl. A.22)$$

$$SX_{1,2} = -\frac{(\alpha_1\alpha_2 + 1)}{2} \cdot \frac{2\lambda_{1,2}(1 + \lambda_{1,2}) \cdot (\alpha_1\alpha_2 - 1) + \lambda_{1,2}^3(\alpha_1^2 - 1) + \alpha_2^2 - 1}{\lambda_{1,2}^2(\alpha_1^2 - 1) - 2\lambda_{1,2}(\alpha_1\alpha_2 + 1) + \alpha_2^2 - 1} \quad (\text{Gl. A.23})$$

Hierin bedeuten $\alpha_1 = \coth(k_1d)$ und $\alpha_2 = \coth(k_2d)$, sowie $\lambda_{1,2} = \omega_1/\omega_2$. Die Oberflächenauslenkung $\eta(x,t)$ bichromatischer Wellen beinhaltet ebenfalls sub- und superharmonische (Gl. A.24) Gleichungsterme, die durch die einfache Addition der Gleichung A.19 nicht bestimmt werden könnten.

$$\eta(x,t) = \frac{H_1}{2} \cos \Theta_1 + \frac{H_2}{2} \cos \Theta_2 + \frac{H_1^2 k_1}{16} \alpha_1 (3\alpha_1^2 - 1) \cos(2\Theta_1) + \frac{H_2^2 k_2}{16} \alpha_2 (3\alpha_2^2 - 1) \cos(2\Theta_2) + B_{(-)} \cos(\Theta_2 - \Theta_1) + B_{(+)} \cos(\Theta_2 + \Theta_1) \quad (\text{Gl. A.24})$$

mit:

$$B_{(-)} = \frac{H_1 H_2 k_2}{8\alpha_2} (\alpha_1 \lambda_{1,2}^2 - \alpha_2) \frac{\alpha_2 \lambda_{1,2}^2 (\alpha_1^2 - 1) + 2\alpha_1 \alpha_2 \lambda_{1,2} (\alpha_2 - \alpha_1) - \alpha_1 (\alpha_2^2 - 1)}{(\alpha_2 - \alpha_1 \lambda_{1,2})^2 - (1 - \lambda_{1,2})^2} \quad (\text{Gl. A.25})$$

$$B_{(+)} = -\frac{H_1 H_2 k_2}{8\alpha_2} (\alpha_1 \lambda_{1,2}^2 + \alpha_2) \frac{\alpha_2 \lambda_{1,2}^2 (\alpha_1^2 - 1) + 2\alpha_1 \alpha_2 \lambda_{1,2} (\alpha_2 + \alpha_1) + \alpha_1 (\alpha_2^2 - 1)}{(\alpha_2 - \alpha_1 \lambda_{1,2})^2 - (1 + \lambda_{1,2})^2} \quad (\text{Gl. A.26})$$

Die nichtlineare Dispersionsrelation ist - im Gegensatz zu der nach monochromatischer Theorie zweiter Ordnung - erneut zu lösen und stellt für bichromatische Wellen ein gekoppeltes Gleichungssystem dar (Gl. A.27 und A.28). Dieser Ansatz folgt konsequenterweise der Betrachtung von *Longuet-Higgins & Stewart* und ist gleichzeitig von *Zakharov* [1972] auf einem davon unabhängigen Weg über die nichtlineare Schroedinger Gleichung nachgewiesen worden.

$$\omega_1^2 = gk_1 \tanh(k_1d) \left[1 + \frac{H_1^2}{4} S_1 + \frac{H_2^2}{4} Q_{1,2} \right] \quad (\text{Gl. A.27})$$

$$\omega_2^2 = gk_2 \tanh(k_2d) \left[1 + \frac{H_2^2}{4} S_2 + \frac{H_1^2}{4} Q_{1,2} \right] \quad (\text{Gl. A.28})$$

mit den Variablen S_1 , S_2 und $Q_{1,2}$, die den gegenseitigen Einfluß der Komponenten beinhaltet.

$$S_i = k_i^2 \left[\frac{9}{8} (\alpha_i^2 - 1)^2 + \alpha_i^2 \right], \quad (i = 1 \text{ oder } 2) \quad (\text{Gl. A.29})$$

$$\begin{aligned}
 Q_{1,2} = & -\frac{1}{2\alpha_2^2} [(\alpha_2\beta_s - 1) \cdot SX_{1,2} - (\alpha_2\beta_r - 1) \cdot RX_{1,2}] \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} k_2^2 + \frac{1}{2\alpha_2^2} (\alpha_2 + 1) \cdot (1 + SX_{1,2} + RX_{1,2}) k_2^2 \\
 & + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \left[(1 + SX_{1,2} + RX_{1,2}) - \frac{\beta_s}{2} \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \right) \cdot SX_{1,2} + \frac{\beta_r}{2} \left(\frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha_2} \right) \cdot RX_{1,2} \right] \frac{\omega_1}{\omega_2} k_2^2 \\
 & - \frac{1}{2} \left[\frac{\alpha_1}{\alpha_2} (\alpha_1^2 + 1) + 2(RX_{1,2} - SX_{1,2}) \right] k_1 k_2 + \frac{1}{2\alpha_2} [(\alpha_1 - 1) \cdot SX_{1,2} - (\alpha_1 + 1) \cdot RX_{1,2} + 2\alpha_2] \cdot \frac{\omega_1}{\omega_2} k_1 k_2
 \end{aligned}$$

(Gl. A.30)

und mit:

$$\beta_r = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{1 - \alpha_1 \alpha_2} \quad \text{und} \quad \beta_s = \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{1 + \alpha_1 \alpha_2} \quad (Gl. A.31)$$

Des weiteren beschreibt die nichtlineare, gekoppelte Dispersionsrelation für bichromatische Wellen, daß die Wellenlängen aufgrund des Einflusses der jeweils anderen Einzelwelle im Gegensatz zur Theorie monochromatischer Wellen zweiter Ordnung zunimmt.

Das hier angedeutete Verfahren zur exakten Beschreibung bichromatischer Wellen wird von *Sand & Mansard [1986]* sowie von *Schäffer [1996]* ebenfalls beschrieben. Diese Autoren verwenden prinzipiell die selben Annahmen und Ausgangsgleichungen – beziehen sich in ihren Anwendung aber primär auf die *2nd order wavemaker theory* (Anhang B) und können durch weitere Modifikationen die parasitären freien Wellen phasenverschoben auslöschen.

ANHANG B

B.1 Wellenerzeugung im Wellenkanal

B.1.1 Allgemeines

Um einen natürlichen Seegang, der auf den Ozeanen durch Windfelder erzeugt wird, nachzuahmen, bedarf es im kleinmaßstäblichen Labor mechanisch angetriebener Wellenmaschinen, die auf unterschiedlichste Art und Weise arbeiten können [Biésel, 1951]. Die dem Institut zur Verfügung stehende Wellenrinne ($L = 24 \text{ m}$, $B = 0,30 \text{ m}$, $D = 0,20 \text{ bis } 0,40 \text{ m}$) mit der „Wuppertaler Wellenmaschine“ basiert auf der Methode, daß ein senkrecht zur Wasseroberfläche eingetauchtes Wellenblatt harmonisch mit einer Frequenz f angeregt wird. Die Erregerfrequenz f und die Auslenkung S des Blattes übertragen sich dabei auf das Medium Wasser, so daß sich eine fortschreitende Schwerewelle mit derselben Frequenz f , aber nicht zwangsweise derselben Amplitude S , im Wasser ausbreitet. Die „Wuppertaler Wellenmaschine“ ist in diesem Sinne eine Weiterentwicklung der klassischen Wellenmaschine, da das Wellenblatt in beliebigen Modi angesteuert werden kann. Abbildung B.1 veranschaulicht diese Ansteuerungsprinzipien.

PISTON MODUS	PISTON - FLAP MIX	FLAP MODUS
$\frac{S_{\text{unten}}}{S_{\text{oben}}} = 1$	$0 < \frac{S_{\text{unten}}}{S_{\text{oben}}} < 1$	$\frac{S_{\text{unten}}}{S_{\text{oben}}} = 0$

Abb. B.1: Schematische Ansteuerungsprinzipien der „Wuppertaler Wellenmaschine“

In der Literatur herrscht die einhellige Meinung [Dean & Dalrymple, 1984], daß eine bestimmte Wellenkategorie vornehmlich auch nur durch eine zuvor definierte Erregung erzeugt werden kann. Tabelle B.1 liefert einen Überblick über diesen Zusammenhang in Abhängigkeit der relativen Wassertiefe d/L , der relativen Wellenzahl $k*d$, beziehungsweise der Ursell-Zahl $Ur = H*L^2/d^3$ als dimensionsloser Parameter zur Charakterisierung der Nichtlinearität einer Schwerewelle.

rel. Wassertiefe [d/L]	rel. Wellenzahl [$k*d$]	Ursell-Zahl $Ur = [H*L^2/d^3]$	Wellen- kategorie	Ansteuerung der Wellenmaschine
$< 1/20$	$< \pi/10$	$> 400*H$	Flachwasser	Piston Modus
$1/20 \leq d/L \leq 1/2$	$\pi/10 \leq k*d \leq \pi$	$400*H \geq Ur \geq 4*H$	Übergangs- bereich	Piston <i>oder</i> Flap Modus
$> 1/2$	$> \pi$	$< 4*H$	Tiefwasser	Flap Modus

Tab. B.1: Wellenkategorien und Erzeugungsmechanismus [nach Dean & Dalrymple, 1984]

Im Gegensatz zu diesen Annahmen konnte als ein Ergebnis dieses Forschungsvorhabens herausgestellt werden, daß in einem definierten Abstand vom Wellenblatt nicht mehr auf die Art der Erzeugung zurückzuschließen ist. Ein qualitativer Vergleich, der auf unterschiedliche Art (Piston, Piston-Flap Mix und Flap Modus) erzeugten Oberflächenkontur und der sich unter der Welle einstellenden Orbitalgeschwindigkeiten stellt diesen Zusammenhang eindeutig heraus. Aufgrund dieser Ergebnisse wird die Wellengenerierung für die Experimente in dieser Arbeit ausschließlich im Piston-Modus absolviert. Darüber hinaus ist darauf hinzuweisen, daß speziell im Bereich der Flachwasserwellen ($k*d < \pi/10$) zusätzlich freie Wellen am Wellenblatt, aufgrund der inkorrekten linearen Randbedingung am Wellenblatt generiert werden, und sich mit ihrem originären, dispersiven Ausbreitungsverhalten in der Wellenrinne fortpflanzen. Diese oft auch "parasitär" genannten freien Wellen überlagern sich mit der fundamentalen Welle und verfälschen damit die Oberflächenkontur und das Strömungsfeld der Welle.

Diesem Phänomen in Wellenrinnen kann aber insofern entgegengetreten werden, indem man den in der Literatur vorgeschlagenen Ansatz der „Second Order Wavemaker Theory“ für die Ansteuerung der Wellenmaschine anwendet [Madsen, 1971], [Mansard & Sand, 1986] und [Schäffer, 1996]. Mit diesem Ansatz wird dem zunächst nur linearen Sinussignal der Wellenmaschine eine harmonische, π -fach phasenverschobene 1. Oberschwingung hinzugefügt, die die parasitäre freie Welle mit derselben Amplitude auslöscht. Angemerkt sei an dieser Stelle, daß dieses Verfahren nach Madsen nur für einen kleinen Bereich der Flachwasserwellen anwendbar ist. Neuere Methoden nach Mansard & Sand sowie Schäffer sind an dieser Stelle erfolgreicher, werden aber durch hohe mathematische Ansprüche erschwert.

B.1.2 Übertragungsfunktion der IGAW-Wellenmaschine

Damit eine theoretische Beschreibung der bi- und multichromatischen Wellen überhaupt möglich ist, wurden im Vorfeld Untersuchungen zur Übertragungsfunktion vom Verhältnis der Auslenkungen des Wellenblattes und der Wasseroberfläche angestellt. Diesbezüglich wurden monochromatische Wellen verschiedener Frequenz und Wellenhöhe generiert. Unter Verwendung dieser "Sollparameter" und eines in MatLab erstellten Algorithmus wird ein Korrekturterm zweiter Ordnung implementiert, um die parasitären Wellen auszuschließen. Dieses Signal wird mittels einer theoretischen Übertragungsfunktion [Dean & Dalrymple, 1984] in das Weg-Zeit Steuersignal der Wellenmaschine umgewandelt. Die direkte Ansteuerung der beiden Linearmotoren der Wellenmaschine basiert auf einem spannungstechnischen Signal. In diesem Zusammenhang wird auf vorangegangene Arbeiten von Koola [1998] verwiesen, der mittels elektronischer Signalverarbeitung, in Form einer diskreten Gleitsinusfunktion im Bereich zwischen 0.1 bis 10.0 Hz ein phasenverschobenes und amplitudenverändertes Signal der beiden Linearmotoren als Antwortspektrum erhielt. Im Endeffekt bewegt sich das Wellenblatt exakt mit der eingestellten Sollfrequenz und einer durch diese beiden Übertragungsfunktionen ermittelten Auslenkung, dem sogenannten "Stroke". Die sich in der Wellenrinne einstellende Oberflächenauslenkung entspricht praktisch aber nicht den geforderten Sollparametern. Diese Verzerrung, die durch zahlreiche Faktoren wie z.B. Reibung oder Übertragungsfunktionsungenauigkeiten zustande kommt, muß allerdings unbedingt definiert werden und durch folgenden einfachen Versuchsaufbau bestimmt. Mit Installation eines Wellenpegels in exakt 7.0 m Entfernung der Nullstellung des Wellenblattes, wird die Wasseroberflächenauslenkung zeitlich diskretisiert (50 Hz) für

verschiedene Sollwellenhöhen und -frequenzen aufgenommen. Tabelle B.2 verschafft eine Übersicht dieser durchgeführten Versuchskonstellationen. Angemerkt sei, daß die Obergrenze $H_{Soll} = 0.06 \text{ m}$ der sechs variierten Sollwellenhöhen den maximal (ganzzahligen) einzustellenden Wert für eine monochromatische Welle darstellt. Die 12-Bit Digitalisierungskarte kann nur marginal größere Wellenhöhen erzeugen. Gleichzeitig stellt die angegebene untere Grenze $H_{Soll} = 0.01 \text{ m}$, die noch sinnvoll meßbare monochromatische Wellenhöhe dar. Die variierten Frequenzen spiegeln den gesamten Einsatzbereich der Wuppertaler Wellenmaschine wider und repräsentieren in diesem Zusammenhang monochromatische Wellen im Übergangs- ($f = 0.5 \text{ bis } 1.0 \text{ Hz}$) und im Tiefwasserbereich ($f = 1.1 \text{ bis } 2.0 \text{ Hz}$). Für die Wassertiefe $d = 0.30 \text{ m}$ werden in dieser Wellenrinne keine Flachwasserwellen generiert.

Sollwellenhöhe H_{Soll} [m]	0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05; 0,06
Frequenz f [Hz]	0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0; 1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,7; 1,8; 1,9; 2,0

Tab. B.2: Variierte Parameter zur experimentellen Bestimmung der Übertragungsfunktion

Abbildung B.2 veranschaulicht die Ergebnisse in Form der klassischen Betrachtungsweise nach *Dean & Dalrymple* [1984]. Die theoretische Übertragungsfunktion ist im Vergleich zur experimentellen Übertragungsfunktion in Abhängigkeit der dimensionslosen relativen Wellenzahl $k*d$ aufgetragen, anhand dessen Größe eine Welle zu kategorisieren ist (Flachwasser, Übergangsbereich, Tiefwasser). Die experimentelle Übertragungsfunktion bestimmt sich aus dem jeweiligen Quotienten der gemessenen Wellenhöhe H_{Ist} zur entsprechenden gemessenen Auslenkung des Wellenblattes S_{Ist} . Generell ist festzustellen, daß keine vollständige Übereinstimmung im gesamten Bereich eintritt. Für monochromatische Wellen $H_{Soll} \geq 0.03 \text{ m}$ im Übergangsbereich ($\pi/10 \leq k*d \leq \pi$) kann eine Identität zwischen Theorie und Messung erzielt werden, während Tiefwasserwellen ($k*d > \pi$) derselben Wellenhöhen nur ungenau mit dieser Funktion beschrieben werden können. Gleichzeitig muß ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß für Sollwellenhöhen $H_{Soll} \leq 0.02 \text{ m}$ keine zufriedenstellenden Ergebnisse erzielt werden. Für den Bereich der relativ guten Übereinstimmung zwischen Theorie und Messung der Wellen $H_{Soll} \geq 0.03 \text{ m}$ ist ein Polynom dritter Ordnung nach dem Fehlerquadratverfahren angegeben. Unabhängig der Wellenhöhe H_{Soll} treten nahezu identische Verhältnisse H_{Ist}/S_{Ist} ein, obwohl die Größe der theoretischen Funktion nicht über die gesamte Bandbreite $k*d$ erzielt werden kann. Die beiden Wellenhöhen $H_{Soll} = 0.02 \text{ m}$ und $H_{Soll} = 0.01 \text{ m}$ sind nicht in der Polynomberechnung integriert, da diese Parameter weder durch die theoretische Übertragungsfunktion noch im experimentellen Bereich der größeren Sollwellenhöhen liegen und somit getrennt betrachtet werden müssen.

Die experimentelle Übertragungsfunktion stellt eindeutig heraus, daß die vereinfachte lineare Abhängigkeit zwischen dem Verhältnis der Wellenhöhe H zum Stroke S des Wellenblattes in Abhängigkeit des dimensionslosen Parameter $k*d$ nur bedingt anwendbar ist. Einerseits ist dieser Effekt auf die nur lineare theoretische Übertragungsfunktion nach *Dean & Dalrymple* zurückzuführen. In diesem Ansatz bleibt die Steilheit $s = H/L$ einer Welle und damit die Nichtlinearität unberücksichtigt. Andererseits kommt durch die elektronische Übertragungsfunktion zwischen dieser Theorie und der ebenfalls

experimentell ermittelten Funktion der Linearmotoren eine weitere Ungenauigkeit in die Wellengenerierungsfunktion. Abbildung B.3 veranschaulicht diesen Effekt zwischen Soll- und Istausslenkung des Wellenblattes in Abhängigkeit der Sollwellenhöhe bzw. des Parameters $k*d$. Deutlich ist zu erkennen, daß die Sollauslenkungen nur in gewissen Bereichen den Istausslenkungen exakt entsprechen. Diese Abbildung unterstützt wiederum die Annahme der Gültigkeit zur Anwendung für Sollwellenhöhen $H_{Soll} \geq 0.03 \text{ m}$. Im Bereich $k*d < 1$ sind die Istwerte des Strokes größer und für $k*d > 3$ sind die tatsächlichen Wellenblattausslenkungen kleiner als die der theoretischen Auslenkungen. Für Sollwellenhöhen $H_{Soll} \leq 0.02 \text{ m}$ liegen die Istwerte des Strokes über der gesamten Bandbreite $k*d$ unterhalb des Graphen der theoretischen Funktion. Für kleine monochromatische Wellen liefert die Wellenmaschine keine zufriedenstellenden Ergebnisse mehr.

Es muß unbedingt herausgestellt werden, daß die Messungen der Istwellenhöhen - im Gegensatz zu Sollwellenhöhen - einen nichtlinearen Charakter aufweisen, da sich eine monochromatische Welle aus der fundamentalen Frequenz und deren gebundenen harmonischen Oberfrequenzen zusammensetzt. Die Summation dieser Komponenten ergibt diesbezüglich die tatsächlich Istwellenhöhe.

Um in Erfahrung zu bringen, welche Wellenhöhen in Abhängigkeit der Frequenz f bzw. $k*d$ und der Sollwellenhöhen in der Wellenrinne tatsächlich generiert werden, geben die beiden Abbildungen B.4 und B.5 einen Anhaltspunkt. Abbildung B.4 vergleicht die Soll- und die Istwellenhöhen in Abhängigkeit des Parameters $k*d$ absolut zueinander. Es ist zu erkennen, daß die geforderte Wellenhöhe in der Rinne nur für $k*d \approx 1$ ungefähr erzielt werden kann. In diesem Bereich sind Soll- und Istoberflächenauslenkung identisch! Für kleinere $k*d$ Werte sind die gemessenen Wellenhöhen größer und für größere $k*d$ Werte sind die Istwellenhöhen kleiner als die Sollwellenhöhen. Dieser Trend ist für jede der variierten Wellenhöhen festzustellen. In diesem Zusammenhang liefert Abbildung B.5 die direkte Bestätigung – es werden die Ist- und die Sollwellenhöhen in Abhängigkeit von $k*d$ relativ zueinander verglichen. Es ist eindeutig zu entnehmen, daß das Verhältnis der Ist- und Sollwellenhöhe nur vom Parameter $k*d$ abhängig ist! Hinreichend genau kann das Gebiet bis $k*d = 2$ angesehen werden – hier sind die Ergebnisse unabhängig der Sollwellenhöhe nahezu identisch. Für größere $k*d$ Werte weitet sich dieses Verhältnis - erkennbar am 90% Konfidenzintervall - geringfügig aus. Hervorzuheben sind wiederum die Sollwellenhöhen $H_{Soll} \leq 0.02 \text{ m}$, die wie bereits zuvor beobachtet nicht mit den anderen Wellenhöhen in diesem Bereich $k*d > 2$ korrespondieren. Trotzdem wird aufgrund dieser offensichtlichen Korrelation eine Regressionskurve berechnet, die ebenfalls in Abb. B.6 angegeben ist. Es hat sich am vorteilhaftesten erwiesen, eine \ln -Funktion zu verwenden, um die dargestellten Punkte hinreichend genau zu erfassen. Es soll aber auch nicht unerwähnt bleiben, daß die Art der Funktion nichts mit der physikalischen Struktur dieser Ergebnisse gemeinsam hat – und dient diesbezüglich nur einer bestmöglichen Approximation!

Durch diese Approximationsfunktion ist man in der Lage, die sich tatsächlich einstellende Wellenhöhe in der Rinne in Abhängigkeit der Frequenz und der Sollwellenhöhe hinreichend genau vorherzusagen und bildet somit eine experimentell ermittelte Übertragungsfunktion zwischen Soll- und Istwellenhöhen für die Wellenrinne des IGAWs. Zur Vollständigkeit sind in den Abbildungen B.6 bis B.11 für die jeweiligen variierten Wellenhöhen getrennt voneinander dargestellt. Gleichsam wird in jeder dieser Abbildungen das theoretische und experimentelle Verhältnisse zwischen Wellenhöhe und Stroke dargestellt (H/S). Außerdem wird noch die Ist- und Sollauslenkung des

Wellenblättern relativ zueinander verglichen. Durch die Kenntnis dieser experimentell ermittelten Übertragungsfunktion könnte man jetzt dazu übergehen, die theoretische Übertragungsfunktion zu modifizieren, so daß immer die geforderte Wellenhöhe in der Wellenrinne eintritt. Von dieser Möglichkeit wird in dieser Arbeit aber Abstand genommen, da diese Bestrebung nicht notwendig ist, um das physikalische Phänomen der multichromatischen Wellen zu verstehen. Es ist aber unabdingbar erforderlich, wie viel Energie überhaupt in die Wellenrinne gegeben wird, um die Interaktionsterme in den Überlagerungsprozessen der einzelnen Komponenten des Wellenspektrums zu lokalisieren und in ihrer Größe abschätzbar zu machen.

Die in der vorliegenden Arbeit generierten multichromatischen Wellengruppen setzen sich aus verschiedenen Komponentenanzahlen N zusammen. Kapitel 3 stellt diesbezüglich die Vorgehensweise bei der Erzeugung des Ansteuerungssignals der Wellenmaschine her. Ein aus einer größeren Anzahl an Komponenten ($N \geq 30$) zusammengesetztes Signal besteht aus verschwindend kleinen Einzelamplituden. Die anschließende Zusammensetzung dieser Komponenten erzeugt wiederum ein Steuersignal, welches zwar eine irreguläre Struktur aufweist, aber dennoch mit der in Abbildung B.5 angegebenen Approximationsformel berechnet werden kann.

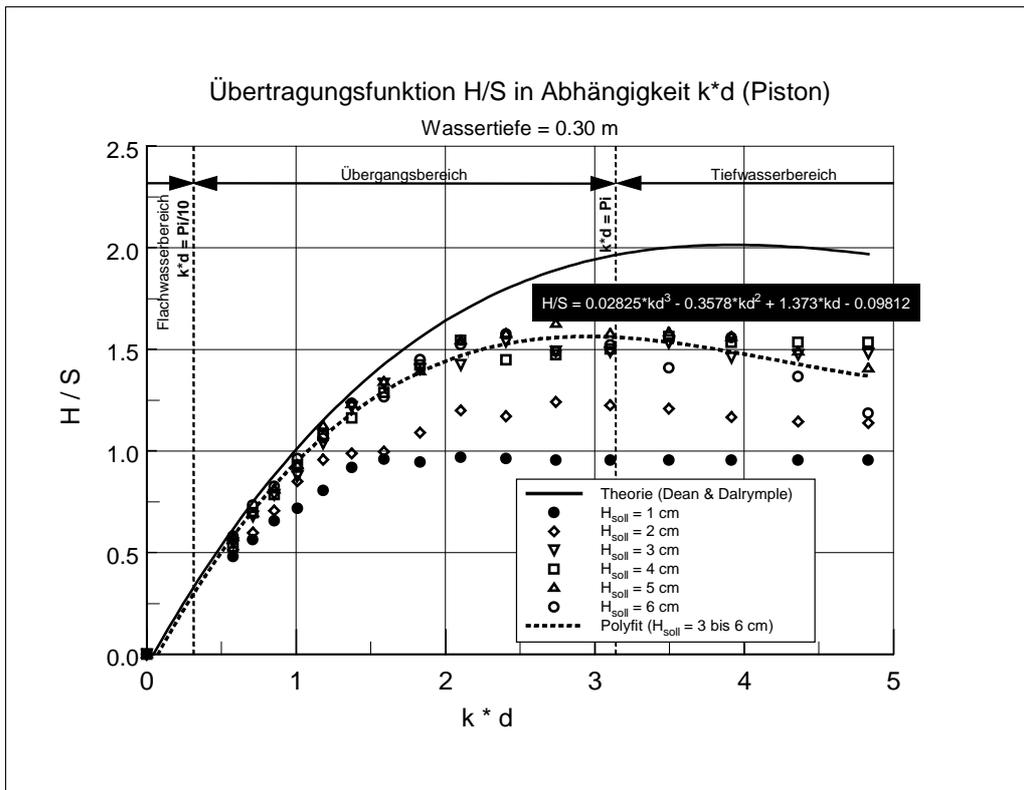


Abb. B.2: Theoretische und experimentelle Übertragungsfunktion

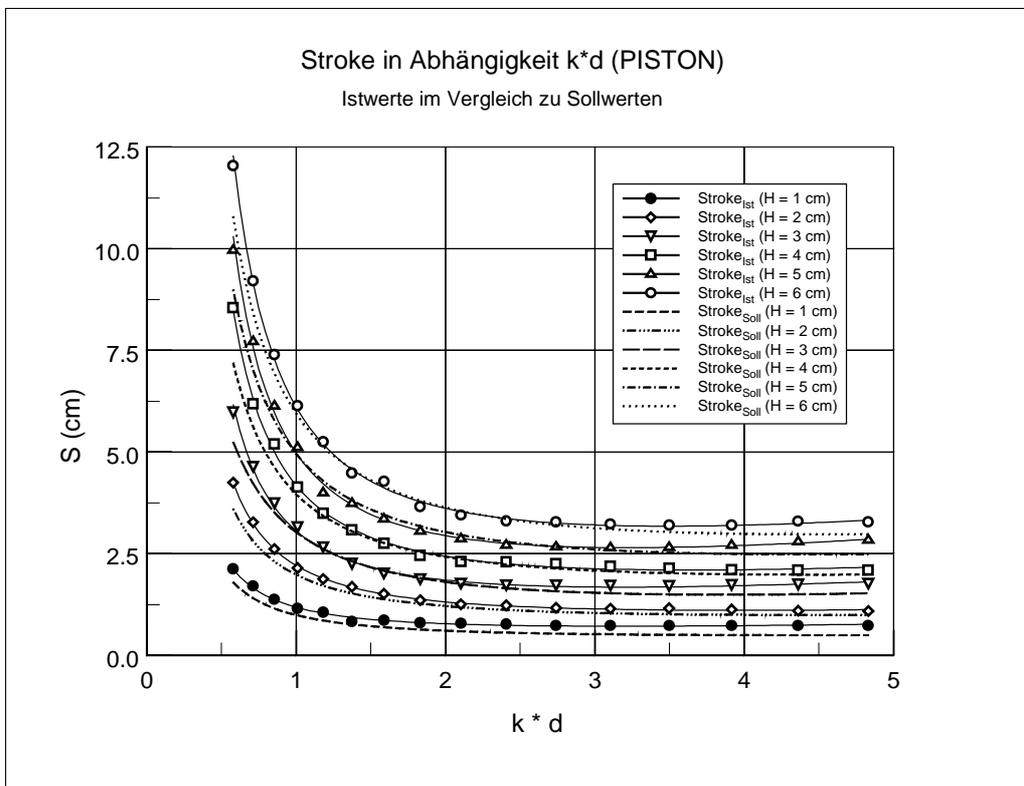


Abb. B.3: Vergleich der Ist- und Sollauslenkung des Wellenblattes

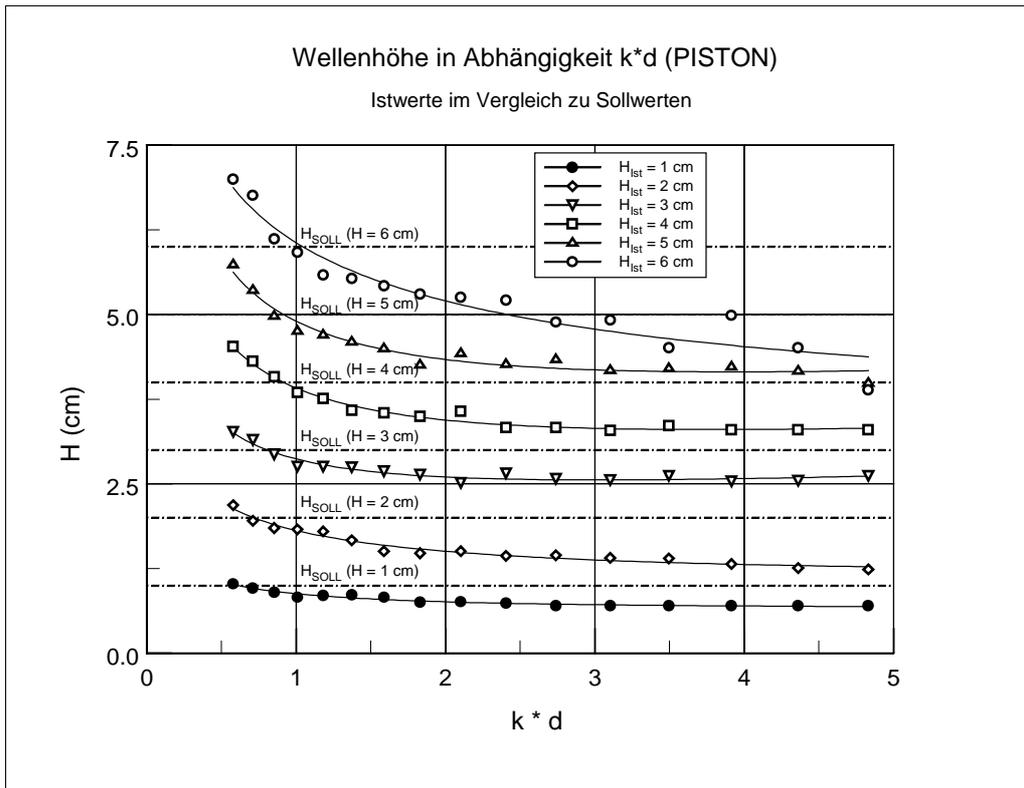


Abb. B.4: Vergleich der Soll- und Istwellenhöhen

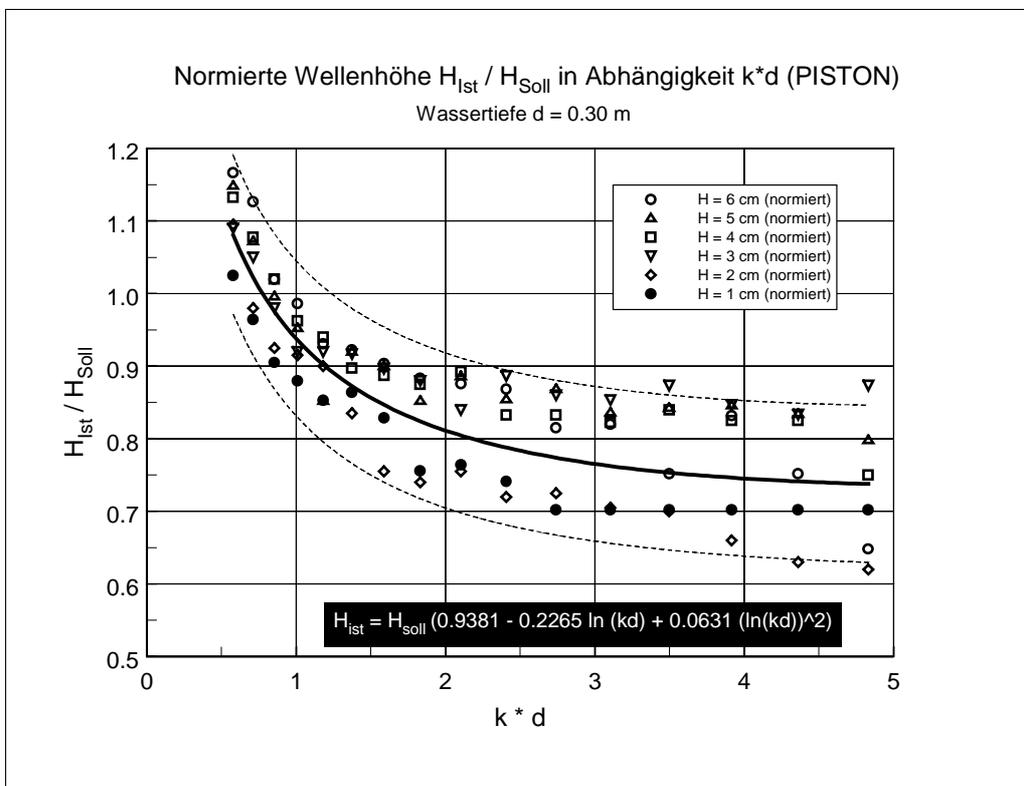


Abb. B.5: Normierte relative Wellenhöhe H_{Ist} / H_{Soll}

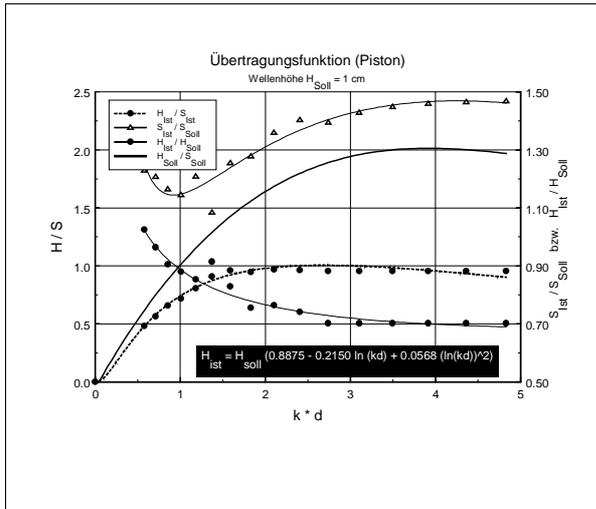


Abb. B.6: Vergleich für Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 1$ cm

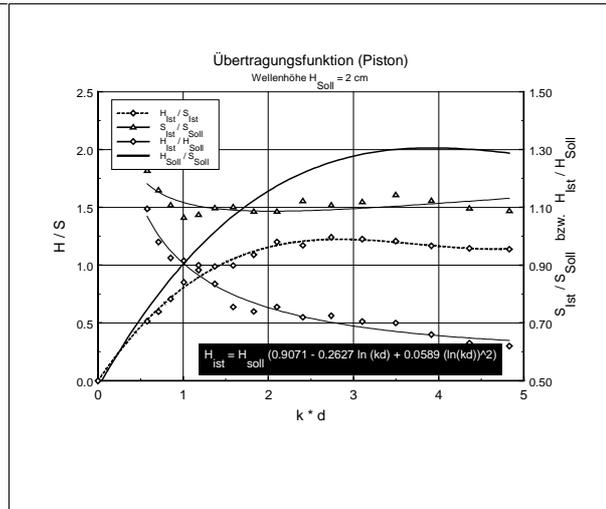


Abb. B.7: Vergleich für Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 2$ cm

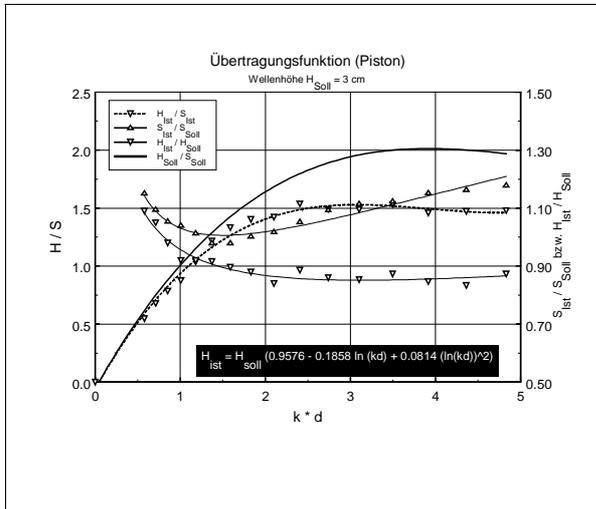


Abb. B.8: Vergleich für Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 3$ cm

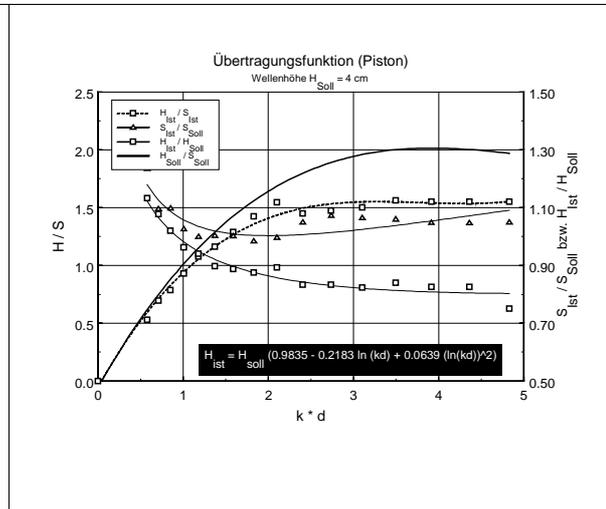


Abb. B.9: Vergleich für Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 4$ cm

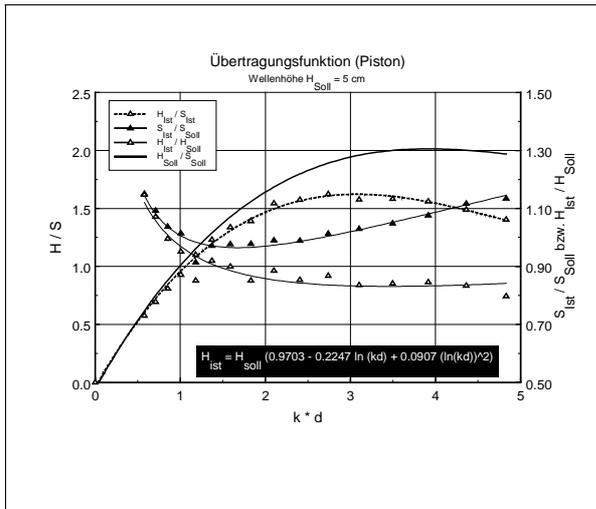


Abb. B.10: Vergleich für Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 5$ cm

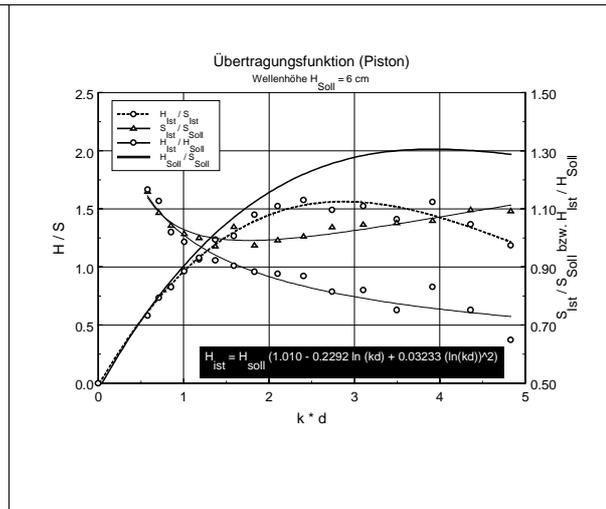


Abb. B.11: Vergleich für Sollwellenhöhe $H_{Soll} = 6$ cm

(Texte und Abbildungen sind abschnittsweise dem Abschlußbericht des DFG Forschungsvorhabens (Gr1000/3-2) "PHYSIKALISCHE UND MATHEMATISCHE BESTIMMUNG DER ENERGIEANTEILE UNTERSCHIEDLICH ERZEUGTER SCHWEREWELLEN" entnommen [Graw, Kaldenhoff, Schlurmann, 1998].)

ANHANG C

C.1 Reale und fiktive Wellenpegel

C.1.1 Allgemeines

Um den Arbeitsaufwand bei der Durchführung der Experimente zu verringern, ist ein Verfahren entwickelt worden, welches die zeitliche und räumliche Entwicklung von transienten Wellengruppen mit einem Wellenpegel an einem Ort zu beschreiben ermöglicht. Das Verfahren ist prinzipiell in Abschnitt 6 erläutert worden. Offen ist der experimentelle Nachweis, der diese Vorgehensweise rechtfertigt.

Drei Wellenpegel werden in den Entfernungen 6,00; 7,00 und 8,00 m vom Wellenblatt installiert, ausgerichtet und kalibriert. Es werden Versuchsreihen der multichromatischen Wellengruppen C und D mit $N = 29$ Komponenten und Sollwellenhöhen $H_{soll} = 12$ cm nacheinander auf die Fokussierungspunkte $X_{Fokus} = 5,00; 6,00; 7,00; 8,00$ und 9,00 m ausgeführt. Die Meßdaten der drei Wellenpegel werden miteinander verglichen. Die Abbildungen C.1 und C.3 verdeutlichen die zeitlichen Änderungen der Oberflächenkonturen visuell und die Abbildungen C.2 und C.4 liefern darüber hinaus die mathematischen Darstellungen der Fourieranalysen.

Abbildung C.1 beinhaltet drei voneinander unabhängige Diagramme für die transiente Welle C. Das Obere stellt die Meßdaten der drei Wellenpegel der Freak Wave 1,00 m vor dem jeweiligen Fokussierungspunkt dar ($X_{Fokus} = 7,00; 8,00$ und 9,00 m). Das mittlere Diagramm veranschaulicht die Ergebnisse der Wellenpegel, die denselben Ort wie Fokussierungspunkt aufweisen ($X_{Fokus} = 6,00; 7,00$ und 8,00 m) und das Untere stellt die Meßdaten der Wellenpegel der Freak Wave 1,00 m nach dem jeweiligen Fokussierungspunkt dar ($X_{Fokus} = 5,00; 6,00$ und 7,00 m).

Jedem Diagramm ist eindeutig zu entnehmen, daß für die Wellengruppe C zwischen den Meßdaten der drei Wellenpegel nur marginale Unterschiede bestehen. Die Ergebnisse lassen keinerlei Schluß auf den jeweiligen Standort des bzw. der Wellenpegel zu. Ausschließlich die relative Entfernung X zwischen Position des Pegels und Fokussierung der Freak Wave ist wichtig, um einen Aufschluß über das zeit- und räumliche Ausbreitungsverhalten zu bekommen. Das mittlere Diagramm liefert zusätzlich den Hinweis, daß der bereits erwähnten *downstream shifting* Effekt von allen drei Pegeln, obgleich dem Fokussierungspunkt der Freak Wave, gleichermaßen erfaßt wird.

Die in der Abbildung C.2 dargestellten drei Diagramme beziehen sich auf die entsprechenden Diagramme der Abbildung C.1 und liefern jeweils den Vergleich zwischen den normierten spektralen Energiedichteverteilungen $S(f)^*$. Es ist zu erkennen, daß der zuvor gemachte visuelle Eindruck mathematisch durch die Fourieranalysen unterstützt wird. Es werden lediglich geringe Abweichungen zwischen den unterschiedlichen Meßdaten aufgedeckt. Ebenfalls kann anhand Abbildung C.2 festgestellt werden, daß die spektrale Energiedichteverteilung unabhängig von der relativen Pegelposition X ist. Die drei Diagramme weisen (qualitativ) dieselbe spektrale Energiedichteverteilung auf. Das heißt, daß die nichtlinearen Interaktionsprozesse zwischen den fundamentalen Komponenten für das schmale Spektrum C an jedem Ort in der Rinne identisch sind. Es findet keine Umverteilung der Energieanteile innerhalb des Spektrums statt. Um einen absoluten Vergleich der spektralen Energiedichten zu ermöglichen, listet Tabelle C.1 die

Ergebnisse der Berechnung des jeweiligen nullten Momentes m_0 auf. Dieser über die spektrale Energiedichteverteilung $S(f)$ ermittelte Parameter repräsentiert die Gesamtenergie der Welle an einem Ort über die konstante Meßdauer von 50 Sekunden. In dieser Zeitspanne enthält die Wellengruppe C ein nahezu konstantes nulltes Moment ($m_0 = 0,6 \text{ cm}^2$). Diese Beobachtung steht in direktem Zusammenhang mit den in Abschnitt 4 gemachten Untersuchungen hinsichtlich der Energieverteilung des schmalen Spektrums C, welches keine (bzw. nur geringfügige) Resonanzprozesse aufweist. Diese Freak Wave charakterisiert ein einwandfreies transientes Verhalten. Die Gesamtenergie vor, während und nach der Fokussierung ist konstant.

Die Versuchsreihe wird anschließend für die multichromatische Wellengruppe D mit den selben Randbedingungen durchgeführt. Es wurde bereits erwähnt, daß die aus dem breiten Spektrum generierten Freak Waves brechen. Diese Energiedissipation muß natürlich auch mit den fiktiven Wellenpegeln erfaßt werden. Die Abbildungen C.3 und C.4 liefern – nach derselben Systematik wie für Wellengruppe C - die Ergebnisse für die transiente Welle D. Auch den Diagrammen des breiten Spektrums sind visuell nur marginale Unterschiede zwischen den einzelnen Pegelmessungen zu entnehmen. Auch die Darstellung der spektralen Energiedichteverteilung läßt offensichtlich keine Einschränkungen hinsichtlich der Anwendbarkeit der Datenerfassung zu. Sogar die Energiedissipation nach dem Brechungsvorgang kann von den drei Wellenpegeln adäquat wiedergegeben werden, wie die Tabelle C.2 zeigt. Das nullte Moment m_0 der multichromatischen Welle D beträgt nach dem Brechungsvorgang ungefähr nur noch 50 % der Energie, welche zuvor bei $X = 0,00 \text{ m}$ registriert werden konnte. Dennoch sind Unterschiede der drei Diagramme untereinander zu erkennen. Offensichtlich findet während des Fokussierungsprozesses der Freak Wave innerhalb des Spektrums eine Energieumverteilung bzw. auch ein Energiezuwachs statt. Tabelle C.2 dokumentiert die Variation der Gesamtenergie für die multichromatische Welle D.

X	Wellenpegelposition 6,00 m		Wellenpegelposition 7,00 m		Wellenpegelposition 8,00 m	
	X_{Fokus}	m_0	X_{Fokus}	m_0	X_{Fokus}	m_0
[m]	[m]	[cm ²]	[m]	[cm ²]	[m]	[cm ²]
-1,00	7,00	0,639	8,00	0,626	9,00	0,606
0,00	6,00	0,612	7,00	0,618	8,00	0,608
+1,00	5,00	0,603	6,00	0,598	7,00	0,599

Tab. C.1: Nulltes Moment m_0 der jeweiligen multichromatischen Wellengruppe C

X	Wellenpegelposition 6,00 m		Wellenpegelposition 7,00 m		Wellenpegelposition 8,00 m	
	X_{Fokus}	m_0	X_{Fokus}	m_0	X_{Fokus}	m_0
[m]	[m]	[cm ²]	[m]	[cm ²]	[m]	[cm ²]
-1,00	7,00	0,385	8,00	0,398	9,00	0,493
0,00	6,00	0,428	7,00	0,431	8,00	0,411
+1,00	5,00	0,212	6,00	0,228	7,00	0,209

Tab. C.2: Nulltes Moment m_0 der jeweiligen multichromatischen Wellengruppe D

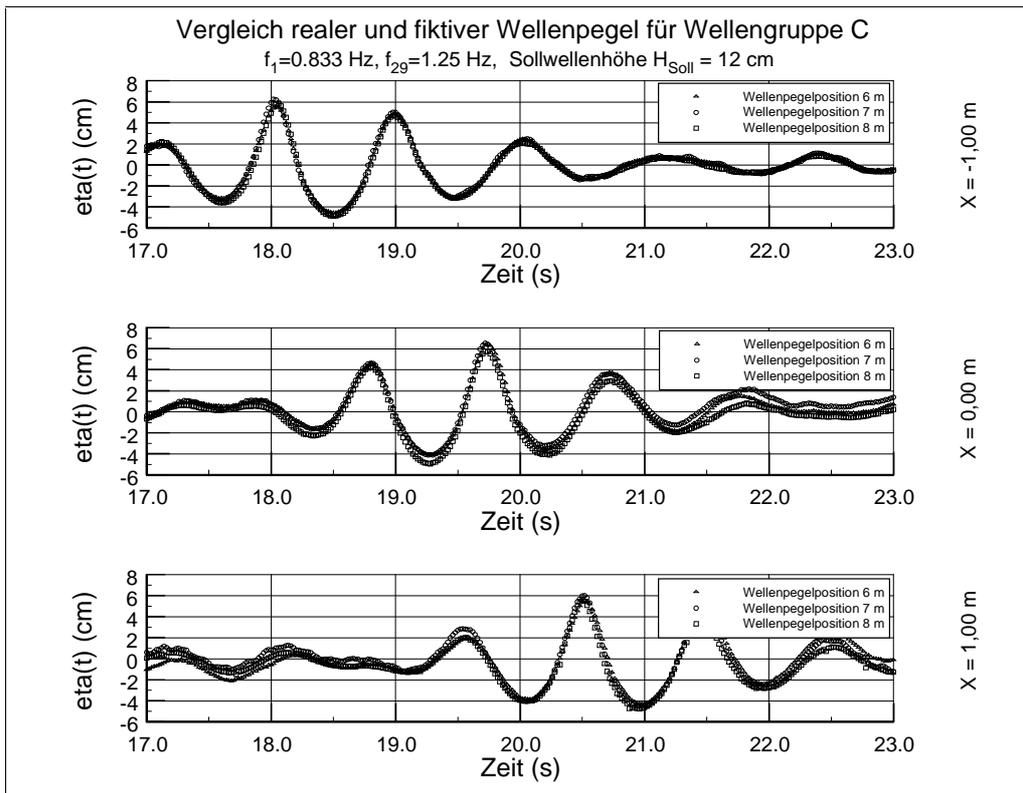


Abb. C.1: Vergleich realer und fiktiver Wellenpegel für Wellengruppe C

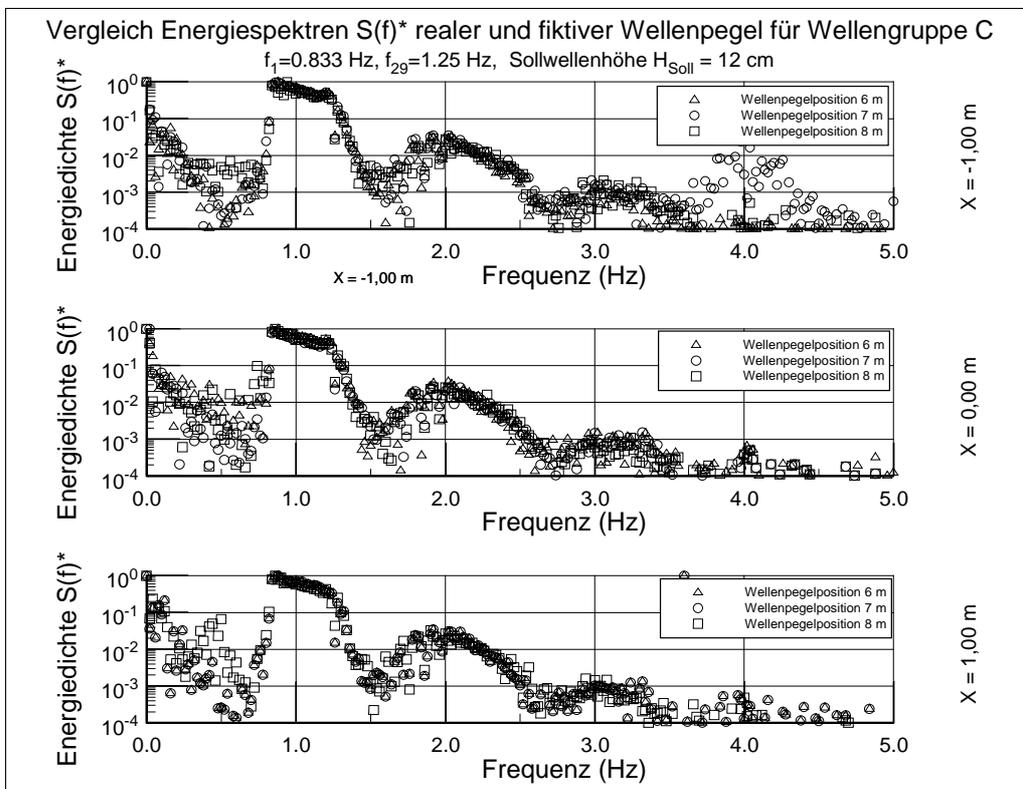


Abb. C.2: Vergleich der spektralen Energiedichteverteilung $S(f)^*$

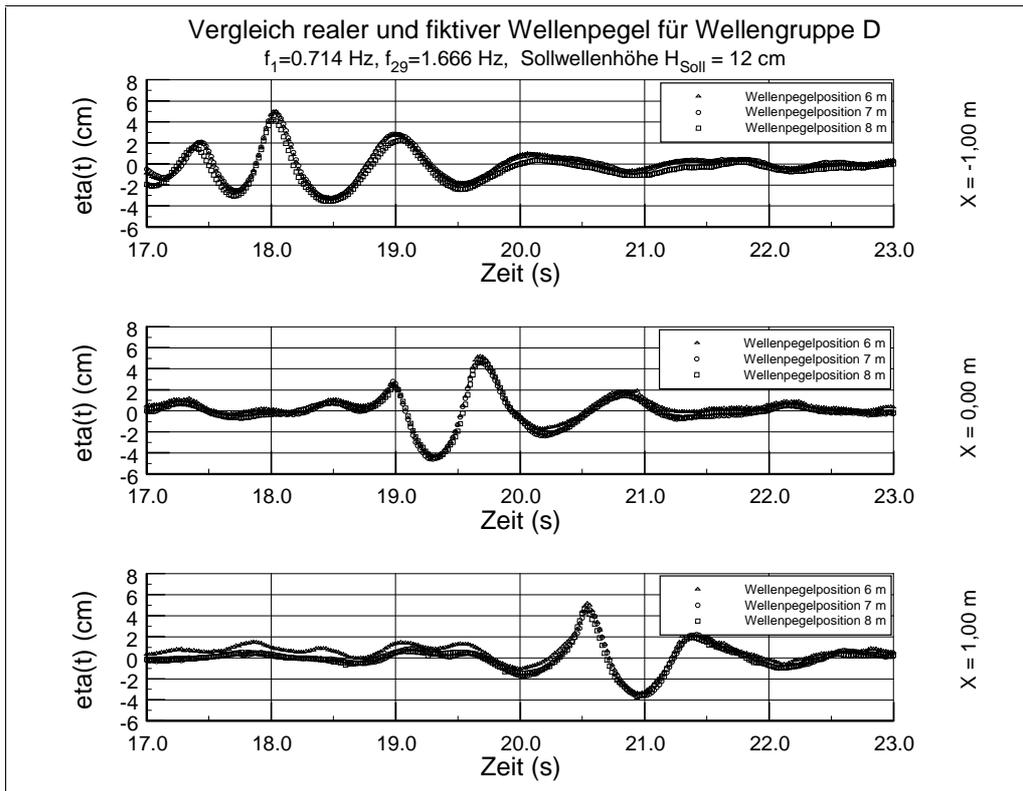


Abb. C.3: Vergleich realer und fiktiver Wellenpegel für Wellengruppe D

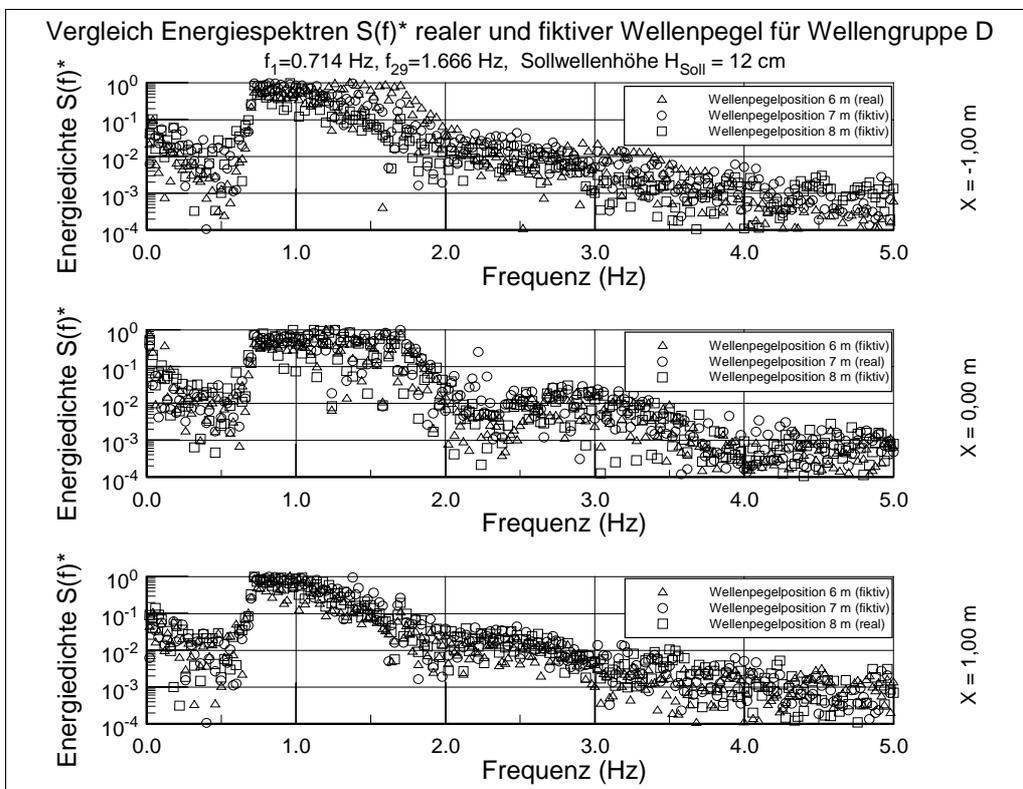


Abb. C.4: Vergleich der spektralen Energiedichteverteilung $S(f)^*$

ANHANG D

D.1 Spektrale Seegangsanalyse

D.1.1 Allgemeines

Bei einer spektralen Auswertung des Seegangs wird angenommen, daß sich das Frequenzspektrum aus einer infiniten Anzahl an Einzelkomponenten mit unterschiedlichen Amplituden und Phasen zusammensetzt. Die räumliche und zeitliche Änderung der Wasseroberfläche wird dabei nach Gleichung D.1 definiert:

$$\eta(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cos(kx_i x + ky_i y - \omega_i t + \varepsilon_i) \quad (\text{Gl. D.1})$$

In dieser Gleichung definieren kx_i und ky_i die räumlichen Anteile, ω_i den zeitlichen Anteil der Phaseninformation, ε_i ($0 \leq \varepsilon_i \leq 2\pi$) die Phasendifferenz und A_i die Amplitude der einzelnen Komponenten. Für die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen reduziert sich Gleichung D.1 aufgrund der eindimensionalen Ausbreitung in der Wellenrinne auf $kx_i = k_i$ (und: $ky_i = 0$). Außerdem wird $\varepsilon_i = 0$ gesetzt, da sich alle Komponenten an einem Ort und zu einem Zeitpunkt phasengleich überlagern.

Die Auswertung erfolgt mit einer Fourieranalyse, die in Abschnitt D.1.2 konkret erläutert wird. Die Ergebnisse dieses Verfahrens können in unterschiedlichen Formen ausgewertet werden, wie die Abbildungen D.1 a und b und D.2 a und b darstellen.

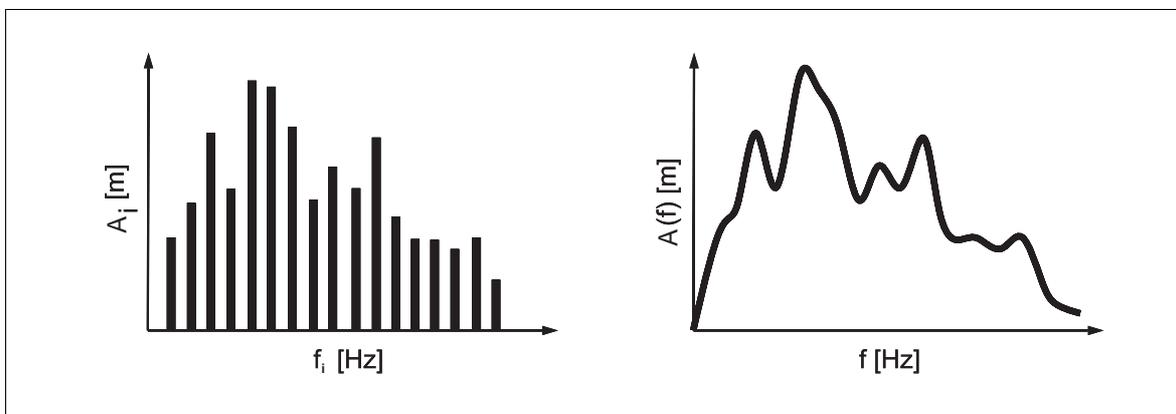


Abb. D.1 a, b: Diskretes und kontinuierliches Amplitudenspektrum

Werden die Amplituden A_i über die Frequenz f aufgetragen, spricht man von einem diskreten Amplitudenspektrum (D.1 a). Verfeinert man die Auflösung der diskreten Verteilung, respektive die spektrale Schrittweite der Fourieranalyse, geht die Darstellung in ein kontinuierliches Amplitudenspektrum über (D.1 b). Darüber hinaus ist aber die Anwendung des Energiespektrums viel weiter verbreitet. Abbildung D.2 a stellt ein diskretes Energiespektrum dar, daß prinzipiell aus dem diskreten Amplitudenspektrum hervorgeht. Die spektrale Energiedichteverteilung $S(f)$ in Abbildung D.2 b wird in wissenschaftlichen Untersuchungen am häufigsten verwendet und weist den großen Vorteil auf, daß die Fläche unterhalb des Graphen gleich der Gesamtenergie der Welle ist (Abschnitt 2.2.3). In der vorliegenden Arbeit wird darüber hinaus von einer normierten spektralen Energiedichteverteilung $S(f)^*$ Gebrauch gemacht, die sich aus dem Quotient der

spektralen Energieverteilung $S(f)$ und der größten Ordinate dieses Spektrums $\max S(f)$ bildet und somit den Wert 1 auf einer dimensionlosen Ordinatenachse maximal annimmt. Diese Darstellungsart hat den Vorteil, daß mehrere Datenreihen mit unterschiedlichen Auflösungen Δf_{FFT} miteinander direkt verglichen werden können.

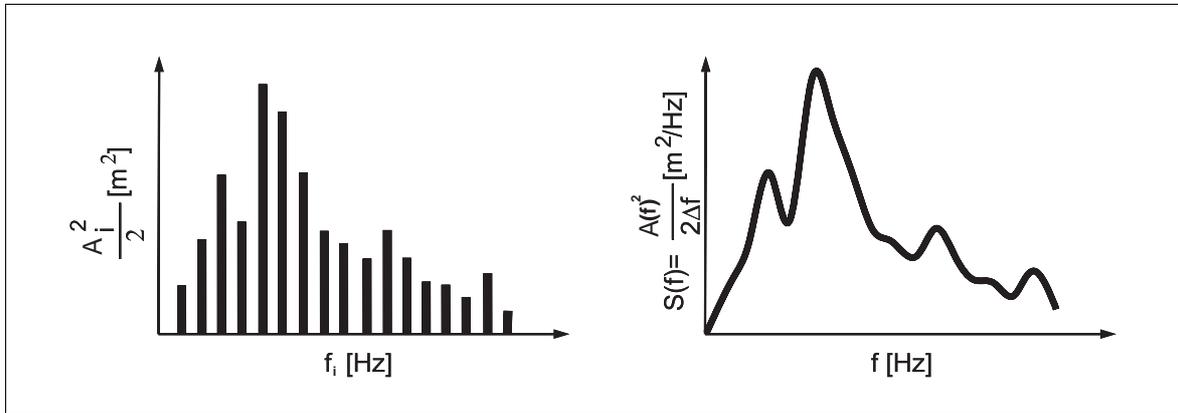


Abb. D.2 a, b: Diskretes Energiespektrum und kontinuierliches Energiedichtespektrum

D.1.2 Fourieranalyse

Die Basis einer spektralen Seegangsanalyse bildet die Fourieranalyse, die darauf basiert, daß eine stückweise stetige Funktion $g(t)$ über ein Intervall t bis $t + T$ durch eine Summe aus Sinus- und Cosinusfunktionen beschrieben werden kann. Unter der Voraussetzung, daß $g(t)$ periodisch über T ist, gilt Gleichung D.2:

$$g(t) = \sum_{i=0}^{\infty} (a_i \cos(i \cdot \omega \cdot t) + b_i \sin(i \cdot \omega \cdot t)) \quad (Gl. D.2)$$

mit $\omega = 2\pi/T$ und $b_0 = 0$, a_0 ist einfacherweise der Mittelwert der Funktion $g(t)$ über das betrachtete Intervall. Die Koeffizienten a_i und b_i erhält man dadurch, daß der mittlere quadratische Fehler E zwischen $g(t)$ und der Fouriersumme auf der rechten Seite der Gleichung D.2 minimiert wird. Gleichung D.3 definiert diesen Zusammenhang.

$$E = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \left[g(t) - \sum_{i=0}^{\infty} [(a_i \cos(i \cdot \omega \cdot t)) + (b_i \sin(i \cdot \omega \cdot t))] \right]^2 dt \quad (Gl. D.3)$$

Die Minimierung des Fehlers drückt sich über Gleichung D.4 aus:

$$\frac{\partial E}{\partial a_j} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial E}{\partial b_j} = 0 \quad (Gl. D.4)$$

Über mehrere Umformungen und Ausnutzung trigonometrischer Orthogonalitätsbedingungen folgen schließlich die Koeffizienten a_i und b_i für $n \geq 1$:

$$a_i = \frac{2}{T} \int_t^{t+T} g(t) \cos(i \cdot \omega \cdot t) dt \quad \text{und} \quad b_i = \frac{2}{T} \int_t^{t+T} g(t) \sin(i \cdot \omega \cdot t) dt \quad (Gl. D.5)$$

Die Amplitude A_i ergeben sich über die Gleichung D.6:

$$A_i = \frac{2}{T} (a_i^2 + b_i^2)^{0,5} \quad (\text{Gl. D.6})$$

Die weitere Vorgehensweise zur Ermittlung des Energiedichtespektrums $S(f)$ bzw. $S(f)^*$ ergibt sich unmittelbar aus dem in D.1.1 gemachten Zusammenhang. Die Fourieranalyse wurde für alle Versuchsreihen unter Zuhilfenahme programminterner Algorithmen des Softwarepakets MatLab 5.2 durchgeführt. In Abschnitt 4.1.3 wird erwähnt, daß eine "unsauber" erscheinende Fourieranalyse während der Datenauswertung entsteht. Im folgenden soll kurz der Hintergrund dieses mathematischen Problems beleuchtet werden. Die Abbildung D.3 a und b beinhaltet die Messung einer Sinuswelle mit $a.$) einem ganzzahligen und $b.$) einem nicht-ganzzahligen Verhältnis der Periodendauer T der trigonometrischen Funktion und der Meßdauer T_{dauer} . Die spektralen Energiedichteverteilungen der beiden Signale werden in Abbildung D.4 a und b dargestellt. Bei einem ganzzahligen Verhältnis fällt die Frequenz der Welle mit einer Stützstelle des diskreten Spektrums zusammen, während bei einem nichtganzzahligen Verhältnis einer spektrale Umverteilung auf die umliegenden Stützstellen des diskreten Spektrums stattfindet. Dieses Fehler nennt man *spectral leakage*. Die durchgeführten Experimente basieren alle auf einer konstanten Digitalisierungsfrequenz von 50 Hz, so daß unvermeidbar diese Effekte zustandekommen und keinesfalls ausgeschlossen werden können.

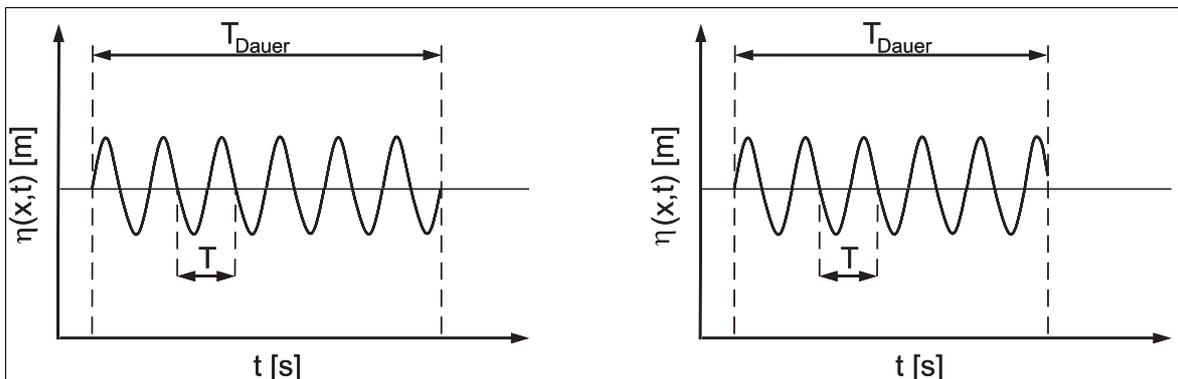


Abb. D.3 a,b: Ganzzahliges bzw. nicht-ganzzahliges Verhältnis von T_{dauer} und T

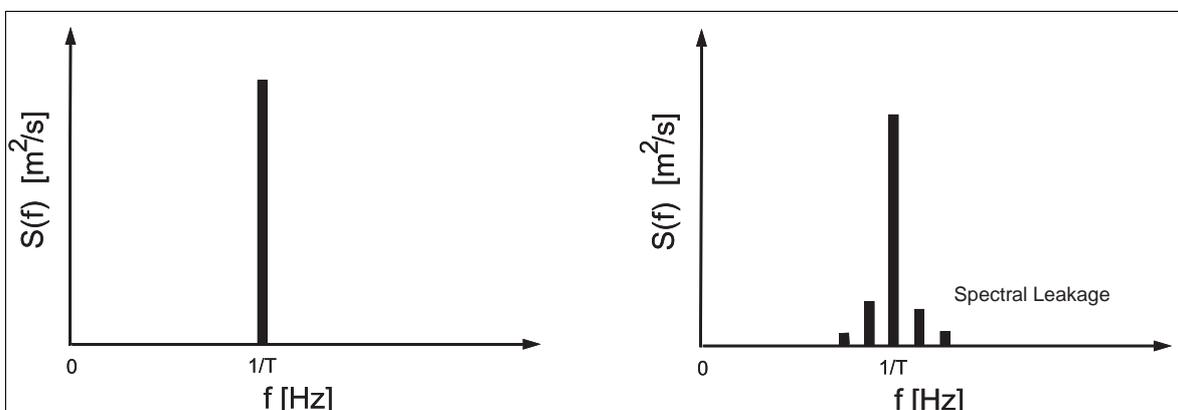


Abb. D.4 a,b: Spektrale Energiedichteverteilung $S(f)$ des ganzzahliges bzw. nicht-ganzzahliges Verhältnis von T_{dauer} und T

Anhang E

MATLAB files

- E.1 Second Order Theory For Irregular Waves
- E.2 Gesamtkomponenten eines N-komponentigen Spektrum n-
Ordnung
- E.3 Stokes Wellentheorien 1., 2., 3. und 5. Ordnung
- E.4 Analyse der räumlichen Steilheiten der Freak Waves
- E.5 Analyse der zeitlichen Steilheiten der Freak Waves

E.1

```
% Second Order Theory For Irregular Waves
% (c) Dipl.-Ing. Torsten Schlurmann
% Januar 1999
% References: a.: "Changes in the form of gravity waves on long wavces and tidal
               currents", Longuett-Higgins & Stewart, 1960
%             b.: "Hybrid wave model for unidirectional irregular wave - PART I", Zhang
               et al., 1996
% Unterprogramme: wellenlänge_lin.m, wellenlänge_nonlin.m

clear all;
format long g;

% Variablennamen
global g periode tiefe Wert_1
periode = 0; tiefe = 0; lauf1=0; lauf2=0; lauf3=0; lauf3=0; lauf4=0; eta_sum2=0;
eta_summe2=0; eta_sum1=0; etazak_sum1=0; eta_super=0; eta_sub=0; eta_plus=0; eta_minus=0;

Wassertiefe = 0.3;
A = 0.06;
x=0; %Ort der Berechnung
g = 9.80665;

%Wellenspektrum
unten = input('untere Spektrumgrenze f [Hz]: ');
oben = input('obere Spektrumgrenze f [Hz]: ');
comp = input('Anzahl der Komponenten: ');

tic
differ = oben-unten;
f = zeros(1,comp);

for i=1:comp,
    f(i)=unten+differ*(i-1)/(comp-1);
end

T = 1./f;
L = zeros(1,length(T));
om = zeros(1,length(T));
k = zeros(1,length(T));
h = zeros (1,length(T));
al = zeros(1,length(T));
S = zeros(1,length(T));
om = 2*pi.*f;

for i = 1:length(T)
    h(i) = Wassertiefe;
end

% Wellenlänge (lineare Theorie)
for i = 1:length(T),
    periode = T(i);
    tiefe = h(i);
    Laenge = fzero('wellenlänge_lin',9.81*periode^2/(2*pi));
    L(i) = Laenge;
end
```

```

k(i) = 2*pi/L(i);
k_lin(i)=k(i);
om(i) = 2*pi/T(i);
al(i) = coth(k(i)*tiefe);
S(i) = k(i).^2 * (9/8*( al(i).^2-1 ).^2 + al(i).^2);
Asoll(i)=A/comp;
Aist(i)=Asoll(i)*(0.9804 - 0.2145*log(k(i)*tiefe) + 0.0676*(log(k(i)*tiefe))^2);
%allgemein
a(i)=Aist(i); %allgemein
end

% Fourieranalyseparameter
pmax = 2500;
p = [1:1:(pmax)];
differ=(om(2)-om(1));
t = -pi/(0.5*differ) + 2*pi/(0.5*differ).*(p-1)/(pmax-1);

% Oberflächenkonturen (nach linearer Theorie)
for i = 1:length(T),
    lauf1=lauf1+1;
    for q = 1:pmax,
        eta(lauf1,q) = a(i)*cos(k(i)*x - om(i)*2*pi/(0.5*differ).*q/pmax);
    end
    eta_sum1 = eta_sum1 + eta(i,:);
    subplot(2,2,1), plot (t, eta(i,:),':');
    Hold on
end

subplot(2,2,1), plot (t, eta_sum1,'k-');
xlabel('Zeit tp')
ylabel('ETA')

for lauf=1:100 %Iterationsschritte
    for i=1:length(T), %Zeilen
        for j=1:length(T), %Spalten
            if i>=j
                Q(i,j)=0; Bsuper(i,j)=0; Bsub(i,j)=0;
            else
                lambda = om(i)/om(j);
                al(i) = coth(k(i)*tiefe);
                al(j) = coth(k(j)*tiefe);
                beta_r = (al(j)-al(i))/(1-al(i)*al(j));
                beta_s = (al(j)+al(i))/(1+al(i)*al(j));
                RX(i,j) = (al(i)*al(j)-1)/2 * (2*lambda*(1-lambda)*(al(i)*al(j)+1)-
                    lambda^3*(al(i).^2-1)+al(j).^2-1) / (lambda^2*(al(i).^2-1)-2*lambda*(al(i)*al(j)-
                    1)+al(j).^2-1);
                SX(i,j) = -(al(i)*al(j)+1)/2 * (2*lambda*(1+lambda)*(al(i)*al(j)-
                    1)+lambda^3*(al(i).^2-1)+al(j).^2-1) / (lambda^2*(al(i).^2-1)-
                    2*lambda*(al(i)*al(j)+1)+al(j).^2-1);
                Q(i,j) = -1/(2*al(j).^2) * ((al(j)*beta_s-1)*SX(i,j)-(al(j)*beta_r-
                    1)*RX(i,j))*om(j)/om(i)*k(j).^2 +
                    1/(2*al(j).^2)*(al(j)+1)*(1+SX(i,j)+RX(i,j))*k(j).^2
                    + al(i)/al(j)*((1+SX(i,j)+RX(i,j))-
                    beta_s/2*(1/al(i)+1/al(j))*SX(i,j)+beta_r/2*(1/al(i)-
                    1/al(j))*RX(i,j))*om(i)/om(j)*k(j).^2 -
                    1/2*((al(i)/al(j))*(al(i)^2+1)+2*(RX(i,j)-SX(i,j)))*k(i)*k(j) +
                    1/(2*al(j))*((al(i)- 1)*SX(i,j)-(al(i)+1)*RX(i,j)+2*al(j))*om(i)/om(j)*k(i)*k(j);
                Bsuper(i,j) = -a(i)*a(j)*k(j)/(2*al(j))*(al(i)*lambda^2+al(j))
                    *(al(j)*lambda^2*(al(i).^2-1)+2*al(i)*al(j)*lambda*(al(j)+al(i))+al(i)*(al(j).^2-
                    1))/(al(j)-al(i)*lambda)^2-(1+lambda)^2);
                Bsub(i,j) = a(i)*a(j)*k(j)/(2*al(j))*(al(i)*lambda^2-
                    al(j))*(al(j)*lambda^2*(al(i).^2-1)+2*al(i)*al(j)*lambda*(al(j)-al(i))-
                    al(i)*(al(j).^2-1))/(al(j)-al(i)*lambda)^2-(1-lambda)^2);
            end
        end
    end
end

Q=Q+Q'; %Interaktionsmatrix
Bsub=Bsub';

%Erzeugung der Faktoren der dispersion-relationship und Lösung des GLS
for i=1:length(T), %Zeilen
    Zeile(i)=sum(a(i).^2*Q(i,:));
    Faktor(i)=1+a(i).^2.*S(i)+Zeile(i);
    periode=T(i); Wert_1=Faktor(i);
    k_1 = fzero('wellenlänge_nonlin',k(i));
    k(i)=k_1;
    L(i)=2*pi/k(i);

```

```

    end %of i
end %Ende der Iterationsschritte

i=1:length(T);
subplot(2,2,2), plot (T,k_lin,'.',T,k,'. '); %Veränderung der Wellenzahlen k

% Oberflächenkonturen (nachdem Zakharov durchgeführt worden ist (linearer Theorie))
for i = 1:length(T),
    lauf2=lauf2+1;
    for q = 1:pmax,
        etazak(lauf2,q) = a(i)*cos(k(i)*x - om(i)*2*pi/(0.5*differ).*q/pmax    );
    end
    etazak_sum1 = etazak_sum1 + etazak(i,:);
    subplot(2,2,3), plot (t, etazak(i,:),':');
    Hold on
end
subplot(2,2,3), plot (t, etazak_sum1,'k-');
xlabel('Zeit tp')
ylabel('ETA (lin)')

% Oberflächenkonturen (nicht-linearer Theorie) eta_sum2=0; eta_summe2=0; eta_sum1=0
for i = 1:length(T),
    lauf3=lauf3+1;
    for q = 1:pmax,
        eta_sum2(i,q) = a(i)*cos(k(i)*x - om(i)*2*pi/(0.5*differ).*q/pmax) +
            0.25*a(i).^2*k(i)*al(i)*(3*al(i).^2-1)*cos(2*(k(i)*x -
            om(i)*2*pi/(0.5*differ).*q/pmax));
    end
    eta_summe2 = eta_summe2 + eta_sum2(i,:);
    Hold on
end
xlabel('Zeit tp')
ylabel('ETA (non-lin)')

% super & subharmonics
figure
for i = 1:length(T),
    for j=1:length(T)
        lauf4=lauf4+1;
        for q = 1:pmax,
            eta_super(q) = Bsuper(i,j)*cos((k(j)*x-om(j)*2*pi/(0.5*differ).*q/pmax)+(k(i)*x-
            om(i)*2*pi/(0.5*differ).*q/pmax));
            eta_sub(q) = Bsub(i,j)*cos((k(j)*x-om(j)*2*pi/(0.5*differ).*q/pmax)-(k(i)*x-
            om(i)*2*pi/(0.5*differ).*q/pmax));
        end
        Hold on
        eta_plus = eta_plus + eta_super(:);
        eta_minus = eta_minus + eta_sub(:);
    end
end
plot (t, eta_plus,'c', t, eta_minus,'c');
xlabel('Zeit tp')
ylabel('ETA (non-lin)')

% endgültige Oberflächenkonturen (nicht-lineare Theorie)
eta2 = eta_summe2 + eta_plus + eta_minus; %multichromatische Wellen
plot (t, eta2,'k-', t, eta_sum1,'k:');
xlabel('Zeit tp')
ylabel('ETA2 (non-lin)')

% Erzeugung ASCII file
eta_sum1=100*eta_sum1;eta2=100*eta2;
M = [t' eta_sum1' eta2'];
M=M';
fid = fopen('d:\temp\export.txt','w');
fprintf(fid,'%12.8f %12.8f %12.8f\n',M);
fclose(fid);

%SUBROUTINES

%wellenlänge_lin
function y = f(x)
global periode tiefe;
y = x-9.81*periode^2/(2*pi)*tanh(2*pi*tiefe/x);

%wellenlänge_nonlin
function y = f(x)

```

```
global g periode tiefe Wert_1;
y = Wert_1*g*x*tanh(x*tiefe) - (2*pi/periode)^2;
```

E.2

```
% Matlab Programmcode zur Erzeugung jeglicher Komponenten eines N-komponentigen Spektrum
  nter Ordnung
% (c) Dipl.-Ing. Torsten Schlurmann
% März 1999

clear all
format short g

%Frequenzspektrum
unten=1.2^-1; %kleinste Frequenz des multichromatischen Spektrums
oben=0.8^-1; %größte Frequenz des multichromatischen Spektrums

% Komponenten in Spektrum
comp=29; zeiger=0; lauf1=0; lauf2=0;

%Erzeugung des Frequenzspektrums
for c=1:comp,
    f(c)=unten+(c-1)*(oben-unten)/(comp-1);
end

order=5; %Grad der Erzeugung der wave-wave Interaktion Terme

for ord=1:order
    clc;
    lauf1=lauf1+1;
    disp([num2str(lauf1) '/' num2str(order) ' der ersten Schleife']);
    for gruppe=1:(ord-1)
        faktor_f1(ord,gruppe)=ord-gruppe;
        faktor_f2(ord,gruppe)=gruppe;
    end
end

for ord=2:order
    for gruppe=1:(ord-1)
        for a=1:(comp-1)
            x=a+1;
            for b=x:comp
                zeile_1(ord,gruppe,a,b)=faktor_f1(ord,gruppe)*f(a)+faktor_f2(ord,gruppe)*f(b);
                zeile_2(ord,gruppe,a,b)=faktor_f1(ord,gruppe)*f(a)-faktor_f2(ord,gruppe)*f(b);
                zeile_3(ord,gruppe,a,b)=-faktor_f1(ord,gruppe)*f(a)+faktor_f2(ord,gruppe)*f(b);
                zeile_4(ord,gruppe,a,b)=-faktor_f1(ord,gruppe)*f(a)-faktor_f2(ord,gruppe)*f(b);
            end
        end
    end
end

ff=zeros(order,4*(order-1)*(0.5*(comp-1))*comp);

for ord=2:order
    zeiger=0;k=0;real(ord)=0;
    for gruppe=1:(ord-1)
        for a=1:(comp-1)
            x=a+1;
            for b=x:comp

                for zeiger=1:4;
                    k=k+1;
                    switch zeiger
                    case 1, ff(ord,k)=zeile_1(ord,gruppe,a,b);
                    case 2, ff(ord,k)=zeile_2(ord,gruppe,a,b);
                    case 3, ff(ord,k)=zeile_3(ord,gruppe,a,b);
                    case 4, ff(ord,k)=zeile_4(ord,gruppe,a,b);
                    end
                    if ff(ord,k)>0
                        plot(ord-0.05, ff(ord,k),'ro');
                        Hold on
                        real(ord)=real(ord)+1;
                        zaehler(ord,real(ord))=ff(ord,k);
                    else
```

```

                end
            end
        end
    end

    end
end

zaehler=zaehler';
Sortierung=sort(zaehler);
Sortierung=Sortierung';

for ord=2:1:order
    SS=Sortierung(ord,:);

    fid = fopen('d:\temp\vektor.txt','w');
    fprintf(fid,'%2.4f\n',SS);
    fclose(fid)

    S=load('d:\temp\vektor.txt');

    laenge=length(S);
    anzahl(ord,1)=1;
    platz=1;

    for r=2:1:(laenge)
        if S(r)>0
            if S(r)>S(r-1)
                platz=platz+1;
                anzahl(ord,platz)=1;
                freq(ord,platz)=S(r);
            else
                anzahl(ord,platz)=anzahl(ord,platz)+1;
                freq(ord,platz)=S(r);
            end
        end
    end
end

%bounded superharmonics

f_bound=zeros(comp,order-1);
i=2:order;

for c=1:comp
    plot(1,f(c),'*m'); hold on
    for ord=1:(order-1)
        f_bound(c,ord)=f(c)+(ord)*f(c);
    end
    plot(i+0.05, f_bound(c,:),'b+')
end

set(gca,'XTick',1:1:order)
set(gca,'XTickLabel',{'1','2','3','4','5'})
grid on; xlabel('Ordnung','FontSize',14);
ylabel('Frequenz (Hz)','FontSize',14);
%title(['wave-wave interaction frequencies in multichromatic waves f(low) =',
',num2str(unten),' Hz, f(high) =',num2str(oben),' Hz, components =',
',num2str(comp)],'FontSize',14)
%legend('free sub- and superharmonics','fundamental frequencies','bounded superharmonics');
text(2,8.8,' * fundamentale Frequenzen','FontSize',10,'Color','m')
text(2,8.2,' + gebundene Superharmonische','FontSize',10,'Color','b')
text(2,7.6,' o freie Sub- und Superharmonische','FontSize',10,'Color','r')
xlim([1 order+1]);ylim([0 10]);

for ord=2:1:order
    figure
    for p=1:platz
        if freq(ord,p)>0
            plot(freq(ord,p),anzahl(ord,p),'o')
            hold on
            xlim([0 10]);ylim([0 20]);
            title(['Interaktionsfrequenzen Ordnung = ',num2str(ord)],'FontSize',14)
            grid on; xlabel('Frequenz','FontSize',14); ylabel('Anzahl','FontSize',14);
        else

```

```

    end
  end
end

```

E.3

```

% Matlab Programmcode zur Erzeugung Stokes Wellentheorien 1., 2., 3. und 5. Ordnung
% (c) Dipl.-Ing. Torsten Schlurmann
% März 1999
% Unterprogramme: wlänge.m, wlänge2.m, wlänge3.m, deep.m

```

```

clear all;
format long g;

```

```

% Variablennamen
global periode tiefe a_3rd H
periode = 0;
tiefe = 0;
a_3rd = 0;
imax = 10^2;

```

```

%maßgebende Parameter
f = 1.191;
T = 1/f;
Wassertiefe = 0.3;
H = 0.05;
g = 9.80665;

```

```

f = zeros(1,1);
f = 1/T;
om = 2*pi.*f;
h = Wassertiefe;
t=0; %Zeit der Berechnung
%x=0; %Ort der Berechnung

```

```

tic;
% LINEARE THEORIE (1.ORDNUNG STOKES)

```

```

% Wellenlänge
periode = T;
tiefe = h;
Laenge = fzero('wlänge',9.81*periode^2/(2*pi));
L = Laenge;
k = 2*pi/L;
om = 2*pi/T;

```

```

%Zeitskala
for i = 1:imax,
    x(i) = 0 + Laenge*(i-1)/imax;
    %t(i) = 0 + T*(i-1)/imax;
    eta_1(i) = H/2 * cos(k.*x(i)-om.*t);
end

```

```

%subplot (4,1,1),
plot (x, eta_1,'k');
Hold;
xlabel('Ort [m]');
ylabel('Eta [m]');
xlim([0 165]);
break
% nicht-LINEARE THEORIE (2.ORDNUNG STOKES)

```

```

%alles bleibt zunächst gleich:

```

```

%Zeitskala
for i = 1:imax,
    x(i) = 0 + Laenge*(i-1)/imax;
    %t(i) = 0 + T*(i-1)/imax;
    eta_2(i) = H/2*cos(k*x(i)-om*t) +
        H/8*(pi*H/L)*cosh(k*h)/(sinh(k*h))^3*(2+cosh(2*k*h))*cos(2*(k*x(i)-om*t));
end

```

```

%subplot (4,1,2),
plot (x, eta_2,'b');

```

```

% nicht-LINEARE THEORIE (3.ORDNUNG STOKES)

f3 = 3/16 * (8*(cosh(k*h))^6+1)/(sinh(k*h))^6; %Startwert f3 zur Berechnung der unbekanntem
Amplitude mit 2nd order
a_3rd = (H/(k^2*f3)+1/9*sqrt(3)/(k^3*f3)*sqrt((64+27*H^2*k^2*f3)/f3))^(1/3) -
4/(3*(k^2*(f3*(H/(k^2*f3)+1/9*sqrt(3)/(k^3*f3)*sqrt((64+27*H^2*k^2*f3)/f3))^(1/3)));

for i = 1:10,
    periode = T;
    tiefe = h;
    Laenge = fzero('wlänge2',L);
    Laenge_3rd = Laenge;
    k_3rd = 2*pi/Laenge_3rd;
    f3 = 3/16 * (8*(cosh(k_3rd*h))^6+1)/(sinh(k_3rd*h))^6;
    a_3rd = (H/(k_3rd^2*f3)+1/9*sqrt(3)/(k_3rd^3*f3)*sqrt((64+27*H^2*k_3rd^2*f3)/f3))^(1/3) -
4/(3*(k_3rd^2*(f3*(H/(k_3rd^2*f3)+1/9*sqrt(3)/(k_3rd^3*f3)*sqrt((64+27*H^2*k_3rd^2*f3)/f3))^(1/3)));
end

f2 = cosh(k_3rd*h)*(cosh(2*k_3rd*h)+2)/(2*(sinh(k_3rd*h))^3);

for i = 1:imax,
    x(i) = Laenge_3rd*(i-1)/imax;
    %t(i) = 0 + T*(i-1)/imax;
    eta_3(i) = a_3rd*cos(k_3rd*x(i)-om*t) + a_3rd^2*k_3rd/2*cos(2*(k_3rd*x(i)-om*t)) +
a_3rd^3*k_3rd^2/4*cos(3*(k_3rd*x(i)-om*t));
end

% nicht-LINEARE THEORIE (5.ORDNUNG STOKES) nach FENTON (1985)

periode = T;
tiefe = h;
startwert_5th = 4*pi^2/(periode^2*g);
k_5th = fzero('wlänge3',startwert_5th);
Laenge_5th=2*pi/k_5th;
S = (sech(2*k_5th*h));
for i = 1:imax,
    x(i) = 0 + Laenge_5th*(i-1)/imax;
    %t(i) = 0 + T*(i-1)/imax;
    B22(i) = coth(k_5th*h)*(1+2*sech(2*k_5th*h))/(2*(1-sech(2*k_5th*h)));
    B31(i) = -3*(1+3*(sech(2*k_5th*h))+3*(sech(2*k_5th*h))^2+2*(sech(2*k_5th*h))^3)/(8*(1-
(sech(2*k_5th*h))^3);
    B42(i) = coth(k_5th*h)*(6-26*(sech(2*k_5th*h))-182*(sech(2*k_5th*h))^2-
204*(sech(2*k_5th*h))^3-
25*(sech(2*k_5th*h))^4+26*(sech(2*k_5th*h))^5)/(6*(3+2*(sech(2*k_5th*h)))*(1-
(sech(2*k_5th*h))^4);
    B44(i) = oth(k_5th*h)*(24+92*(sech(2*k_5th*h))
+122*(sech(2*k_5th*h))^2+66*(sech(2*k_5th*h))^3+67*
(sech(2*k_5th*h))^4+34*(sech(2*k_5th*h))^5)/(24*(3+2*(sech(2*k_5th*h))))*
(1-(sech(2*k_5th*h))^4);
    B53(i) = 9*(132+17*(sech(2*k_5th*h))-2.216*(sech(2*k_5th*h))^2-
5.897*(sech(2*k_5th*h))^3-
6.292*(sech(2*k_5th*h))^4-
2.687*(sech(2*k_5th*h))^5+194*(sech(2*k_5th*h))^6+467*
(sech(2*k_5th*h))^7+82*(sech(2*k_5th*h))^8)
/(128*(3+2*(sech(2*k_5th*h)))*(4+(sech(2*k_5th*h)))*(1-(sech(2*k_5th*h))^6));
    B55(i) = 5*(300+1.579*(sech(2*k_5th*h))+3.176*(sech(2*k_5th*h))^2
+2.949*(sech(2*k_5th*h))^3+1.188*(sech(2*k_5th*h))^4+675*(sech(2*k_5th*h))^5
+1.326*(sech(2*k_5th*h))^6+827*(sech(2*k_5th*h))^7+130*(sech(2*k_5th*h))^8)
/(384*(3+2*(sech(2*k_5th*h)))*(4+(sech(2*k_5th*h)))*(1-(sech(2*k_5th*h))^6));
    eta_5(i)=(k_5th*h + (k_5th*H/2)*cos(k_5th*x(i)-om*t) +
(k_5th*H/2)^2*B22(i)*cos(2*(k_5th*x(i)- om*t))
+ (k_5th*H/2)^3*B31(i)*(cos(k_5th*x(i)-om*t)-cos(3*(k_5th*x(i)-om*t))) +
(k_5th*H/2)^4*(B42(i)*cos(2*(k_5th*x(i)-om*t))+B44(i)*cos(4*(k_5th*x(i)-
om*t))) + (k_5th*H/2)^5*(-(B53(i)+B55(i))*cos(k_5th*x(i)-
om*t)+B53(i)*cos(3*(k_5th*x(i)-
om*t))+B55(i)*cos(5*(k_5th*x(i)-om*t))))/k_5th-h;
end
toc;

plot(x, eta_5,'r');
grid on;
legend('1st order theory','2nd order theory','5th order theory');

```

%Subroutines

```

%wlänge.m
function y = f(x)
global periode tiefe;
y = x-9.81*periode^2/(2*pi)*tanh(2*pi*tiefe/x);

%wlänge2.m
function y = f(x)
global periode tiefe a_3rd;
y = 9.81*x/(2*pi) * tanh (2*pi/x*tiefe) * (1 + (a_3rd*2*pi/x)^2 *
(cosh(4*2*pi/x*tiefe)+8)/(8*(sinh(2*pi/x*tiefe))^4)) - (x/periode)^2;

%wlänge3.m
function y = f(x)
global periode tiefe H;
%S = (sech(2*x*tiefe));
%C0 = ((tanh(x*tiefe))^0.5);
%C2 = ((tanh(x*tiefe))^0.5)*(2+7*S^2)/(4*(1-S)^2);
%C4 = ((tanh(x*tiefe))^0.5)*(4+32*S-116*S^2-400*S^3-71*S^4+146*S^5)/(32*(1-S)^5)

y = - 2*pi/(periode*(9.80665*x)^0.5) + ((tanh(x*tiefe))^0.5) + (x*H/2)^2 *
((tanh(x*tiefe))^0.5)*(2+7*(sech(2*x*tiefe)))/(4*(1-(sech(2*x*tiefe)))^2) + (x*H/2)^4 *
((tanh(x*tiefe))^0.5)*(4+32*(sech(2*x*tiefe)) -116*(sech(2*x*tiefe))^2-
400*(sech(2*x*tiefe))^3-71*(sech(2*x*tiefe))^4+146*(sech(2*x*tiefe))^5)/(32*(1-
(sech(2*x*tiefe)))^5);

%deep.m
function y = f(x)
global periode tiefe H;

y = - 2*pi/(periode*(9.80665*x)^0.5 + 1 + 1/8*x^2*H^2 - 1/128*x^4*H^4);

```

E.4

```

% Matlab Programmcode zur Analyse der räumlichen Steilheiten der Freak Waves
% (c) Dipl.-Ing. Torsten Schlurmann
% März 1999

```

```

clear all
daten=load('d:\temp\D29A6.txt');

%Datenextrahieren
xmin=950;xmax=1030; %Momentaufnahmen zu einem definitiven Zeitpunkt

ort_C5A4 = [2 1.5 1.0 0.9 0.8 0.7 0.6 0.5 0.4 0.2 0.1 0 -0.1 -0.2 -0.4 -0.5 -0.6 -0.7 -0.8
-0.9 -1.0 -1.5 -2.];
ort_C5A6 = [1.5 1.4 1.3 1.2 1.1 1.0 0.9 0.8 0.7 0.6 0.5 0.4 0.3 0.2 0.1 0 -0.1 -0.2 -0.3 -
0.4 -0.5 -0.7 -0.9 -1.1 -1.3 -1.5];
ort_D5A4 = [2 1.5 1.0 0.9 0.8 0.7 0.6 0.5 0.4 0.3 0.2 0.1 0 -0.1 -0.2 -0.4 -0.6 -0.8 -0.9 -
1.0 -1.5 -2.0];
ort_D5A6 = [1.5 1.4 1.3 1.2 1.1 1 0.9 0.8 0.7 0.6 0.5 0.45 0.35 0.3 0.2 0.1 0 -0.1 -0.2 -
0.5 -0.6 -0.7 -0.8 -0.9 -1 -1.5];

ort_C29A4 = [3 2.5 2 1.5 1.4 1.3 1.2 1.1 1.0 0.9 0.8 0.7 0.6 0.5 0.4 0.3 0.2 0.1 0.0 -0.1 -
0.2 -0.3 -0.4 -0.5 -0.6 -0.7 -0.8 -0.9 -1.0 -1.1 -1.2 -1.3 -1.4 -1.5 -2 -2.5 -3];
ort_C29A6 = [1.5 1.2 1 0.8 0.6 0.4 0.2 0.1 0 -0.1 -0.2 -0.4 -0.6 -0.8 -1 -1.5];
ort_D29A4 = [1.5 1.3 0.9 0.8 0.5 0.4 0.3 0.2 0.1 0 -0.1 -0.2 -0.3 -0.4 -0.6 -0.7 -0.8 -0.9
-1 -1.1 -1.5];
ort_D29A6 = [1.5 1.3 1 0.8 0.5 0.4 0.3 0.2 0.1 0 -0.1 -0.2 -0.7 -1 -1.2 -1.5];

ort = ort_D29A6;
x=min(ort):0.001:max(ort); %Delta = 0.01 muß bleiben, sonst erwartung falsch!!!

for i=xmin:1:xmax
    p(i,:) = daten(i,:);
    s = spline(ort,p(i,:));
    eta = ppval(s,x);
    X_max_eta(xmin-1)=1;
    %erwartung(i)=round(2.705*i-2521); %Für alle C,D_A6cm
    %erwartung(i)=round(2.582*i-2257); %Für C29_A4cm
    %erwartung(i)=round(2.225*i-2054); %Für D29_A4cm

    max_eta=max(eta);

```

```

%max_eta=(max(eta(unten:oben)));
%pmax = max(p(i,:));

%for j=unten:1:oben
for j=1:1:length(x);
    if eta(j) == max_eta
        X_max_eta(i)=x(j);
        Start2=j;
        break
    else
        end
end

for q=Start2+1:length(x)
    if (eta(q-1)>0) & (eta(q)<0)
        X_null=x(q);
        break
    else
        end
end

Lstrich(i)=X_null-X_max_eta(i);
exx(i)=max_eta/(100*Lstrich(i));
amplitude(i)=max(eta);
Ortung(i)=X_max_eta(i);
geschwindigkeit(i)=(X_max_eta(i)-X_max_eta(i-1))/0.02;
if geschwindigkeit(i)<0 | geschwindigkeit(i)>2
    geschwindigkeit(i)=0;
else
end

plot(ort,p(i,:), 'ok', x,eta, 'k', X_max_eta(i),max_eta, '.m', X_null,0, '.r',X_max_eta(i),
10*exx(i), 'r-',X_max_eta(i), 10*exx(i), 'ro');
grid on
hold on

end

figure
for i=xmin:1:xmax
    t(i)=0.02*i;
    subplot(4,1,1),plot(t(i),exx(i), 'ob');
    hold on
    grid on
    subplot(4,1,2),plot(t(i),Lstrich(i), 'r');
    hold on
    grid on
    subplot(4,1,3),plot(t(i),amplitude(i), 'o');
    hold on
    grid on
    subplot(4,1,4),plot(t(i),geschwindigkeit(i), 'o');
    hold on
    grid on

end

M=[t(xmin:xmax)' Ortung(xmin:xmax)' exx(xmin:xmax)' Lstrich(xmin:xmax)'
amplitude(xmin:xmax)'];
M=M';
fid=fopen('d:\temp\ex.txt', 'w')
fprintf(fid, '%4.4f %4.4f %4.4f %4.4f %4.4f\n', M);
fclose(fid)

```

E.5

```

% Matlab Programmcode zur Analyse der zeitlichen Steilheiten der Freak Waves
% (c) Dipl.-Ing. Torsten Schlurmann
% März 1999

```

```

clear all

daten=load('d:\temp\D29A6.txt');

%Datenextrahieren
imin=850;imax=1150;

```

```

ort_C5A4 = [2 1.5 1.0 0.9 0.8 0.7 0.6 0.5 0.4 0.2 0.1 0 -0.1 -0.2 -0.4 -0.5 -0.6 -0.7 -0.8
-0.9 -1.0 -1.5 -2.];
ort_C5A6 = [1.5 1.4 1.3 1.2 1.1 1.0 0.9 0.8 0.7 0.6 0.5 0.4 0.3 0.2 0.1 0 -0.1 -0.2 -0.3 -
0.4 -0.5 -0.7 -0.9 -1.1 -1.3 -1.5];
ort_D5A4 = [2 1.5 1.0 0.9 0.8 0.7 0.6 0.5 0.4 0.3 0.2 0.1 0 -0.1 -0.2 -0.4 -0.6 -0.8 -0.9 -
1.0 -1.5 -2.0];
ort_D5A6 = [1.5 1.4 1.3 1.2 1.1 1 0.9 0.8 0.7 0.6 0.5 0.45 0.35 0.3 0.2 0.1 0 -0.1 -0.2 -
0.5 -0.6 -0.7 -0.8 -0.9 -1 -1.5];

ort_C29A4 = [3 2.5 2 1.5 1.4 1.3 1.2 1.1 1 0.9 0.8 0.7 0.6 0.5 0.4 0.3 0.2 0.1 0 -0.1 -0.2
-0.3 -0.4 -0.5 -0.6 -0.7 -0.8 -0.9 -1 -1.1 -1.2 -1.3 -1.4 -1.5 -2 -2.5 -3];
ort_C29A6 = [1.5 1.2 1 0.8 0.6 0.4 0.2 0.1 0 -0.1 -0.2 -0.4 -0.6 -0.8 -1 -1.5];
ort_D29A4 = [1.5 1.3 0.9 0.8 0.5 0.4 0.3 0.2 0.1 0 -0.1 -0.2 -0.3 -0.4 -0.6 -0.7 -0.8 -0.9
-1 -1.1 -1.5];
ort_D29A6 = [1.5 1.3 1 0.8 0.5 0.4 0.3 0.2 0.1 0 -0.1 -0.2 -0.7 -1 -1.2 -1.5];

ort = ort_D29A6;

for o=1:1:length(ort)

    erwartung(o)=round((0.7582*ort(o)+19.74)/0.02);

    t = 0.02*imin:0.02:0.02*imax;
    t_fein = 0.02*(erwartung(o)-25):0.001:0.02*(erwartung(o)+25);

    eta((imin:imax),o) = daten((imin:imax),o);
    s = spline(t,eta(imin:imax,o));
    eta_fein = ppval(s,t_fein);
    max_eta(o)=max(eta_fein);

    for i=1:1:length(t_fein)
        if eta_fein(i)==max_eta(o)
            T_max_eta(o)=t_fein(i);
            Start1=i+round((0.02*erwartung(o)-0.02*25-0.02*imin)/0.001);
            break
        else
            end
    end

    t_fein = 0.02*imin:0.001:0.02*imax;
    eta_fein = ppval(s,t_fein);

    for i=Start1:1:length(t_fein)
        if eta_fein(i-1)> 0 & eta_fein(i)<0
            T_Null=t_fein(i);
            Start2=i;
            break
        else
            end
    end

    for i=Start2:1:length(t_fein)
        if eta_fein(i-1)< 0 & eta_fein(i)>0
            T_plus=t_fein(i);
            break
        else
            end
    end

    for ii=Start1:-1:2
        if eta_fein(ii-1)< 0 & eta_fein(ii)>0
            T_minus=t_fein(ii);
            break
        else
            end
    end

    T(o)=T_plus-T_minus;
    Tstrich(o)=T_Null-T_max_eta(o);
    ett(o)=max_eta(o)/100/(9.81*Tstrich(o)*T(o)/(2*pi));

    plot(t,eta((imin:imax),o),'b', t_fein,eta_fein,'k-', T_max_eta(o),max_eta(o),'m',
T_Null,0,'r', T_minus,0,'ob', T_plus,0,'ob', T_max_eta(o),10*ett(o),'dg');
    hold on
    grid on
end

figure

```

```
for o=1:1:length(ort)
    subplot(3,1,1),plot(ort(o),ett(o),'dg');
    hold on
    grid on
    subplot(3,1,2),plot(ort(o),Tstrich(o),'+r');
    hold on
    grid on
    subplot(3,1,3),plot(ort(o),max_eta(o),'o');
    hold on
    grid on
end

figure
for o=1:1:length(ort)
    subplot(3,1,1),plot(T_max_eta(o),ett(o),'dg');
    hold on
    grid on
    subplot(3,1,2),plot(T_max_eta(o),Tstrich(o),'+r');
    hold on
    grid on
    subplot(3,1,3),plot(T_max_eta(o),max_eta(o),'o');
    hold on
    grid on
end

M=[T_max_eta' ort' ett' Tstrich' max_eta'];
M=M';
fid=fopen('d:\temp\et.txt','w')
fprintf(fid,'%4.4f %4.4f %4.4f %4.4f %4.4f\n',M);
fclose(fid)
```

Lebenslauf

Name:	Schlurmann	
Vorname:	Torsten	
Geburtsdatum:	19. September 1971	
Geburtsort:	Remscheid	
Staatsangehörigkeit:	Deutsch	
Familienstand:	Ledig	
Schulbildung:	1978 - 1982	Grundschule Walther-Hartmann in Remscheid
	1982 - 1991	Ernst-Moritz-Arndt Gymnasium in Remscheid Abschluß: Abitur
	Okt. 1991 bis Dez. 1995	Studium des Bauingenieurwesens an der Bergischen Universität – GH Wuppertal, Studienrichtung Konstruktiv DII Abschluß: Dipl.-Ing.
	Dez. 1995 bis Jul. 1999	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehr- und Forschungsgebiet Wasserbau und Wasserwirtschaft der Bergischen Universität – GH Wuppertal
	seit Jul. 1999	Oberingenieur am Lehr- und Forschungsgebiet Wasserbau und Wasserwirtschaft der Bergischen Universität - GH Wuppertal