

Staulinienberechnung

Dr.-Ing. Mario Oertel

WwWb – LuFG Wasserwirtschaft und Wasserbau
Bergische Universität Wuppertal

5. Mai 2009

Im Falle einer stationär ungleichförmigen Gerinneströmung ist es nicht mehr möglich, den Wasserstand bzw. die Fließgeschwindigkeit mit Hilfe der Fließgesetze nach z. B. Manning-Strickler oder Darcy-Weisbach zu berechnen. Diese Berechnungsansätze sind auf stationär gleichförmige Strömungszustände beschränkt. Die sich einstellenden Stau- bzw. Senkungslinien bei ungleichförmiger Strömung sind mit erweiterten Ansätzen zu bestimmen.

1 Stationär gleichförmige Strömung

Bei der stationär gleichförmigen Strömung wird der Abfluss des bestimmten Volumenstrom Q als Normalabfluss mit dem Normalwasserstand h_n bezeichnet. Bei der Berechnung der sich einstellenden Geschwindigkeit v für einen bestimmten Wasserstand h_n findet u. a. die Formel nach Manning-Strickler Verwendung:

$$v = k_{st} \cdot R^{2/3} \cdot \sqrt{I} \quad (1)$$

Mit:

- v Fließgeschwindigkeit in [m/s],
- k_{st} Rauigkeitsbeiwert in [$\text{m}^{1/3}/\text{s}$],
- R hydraulischer Radius = A/U in [m],
- I Sohl-, Spiegellinien-, Energieliniengefälle.

Genauere Ergebnisse liefert das dimensionsechte Fließgesetz nach Darcy-Weisbach:

$$v = \sqrt{1/\lambda} \cdot \sqrt{8 \cdot g \cdot r_{hy} \cdot I} \quad (2)$$

wobei:

$$\sqrt{1/\lambda} = 2 \cdot \lg \left(\frac{14,84 \cdot r_{hy}}{k} \right) \quad (3)$$

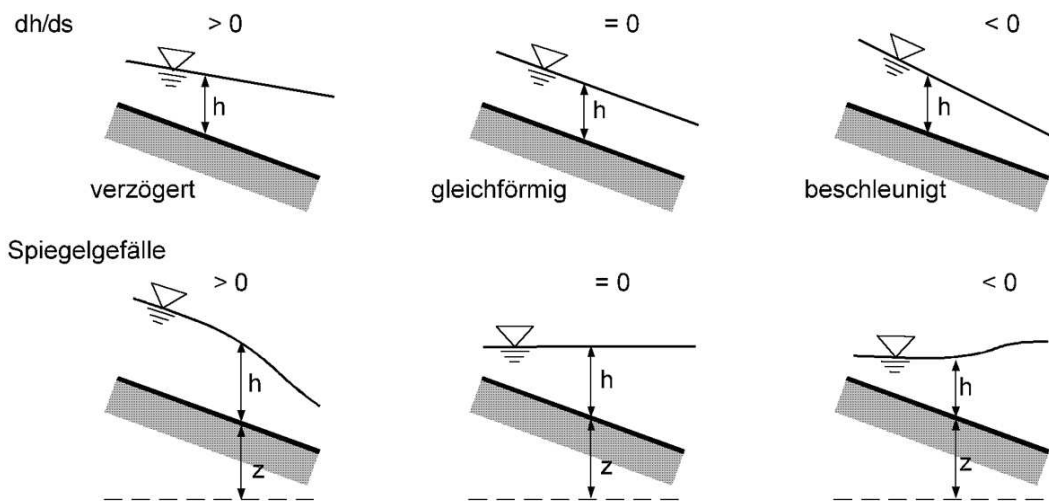


Abbildung 1: Gleichförmige und ungleichförmige Gerinneströmung

- Mit:
- v Fließgeschwindigkeit in [m/s],
 - g Erdbeschleunigung in [m/s²],
 - k absolute Rauheit in [m],
 - r_{hy} hydraulischer Radius = A/U in [m],
 - I Sohl-, Spiegellinien-, Energieliniengefälle.

Der zugehörige Durchfluss Q lässt sich anschließend mit der Kontinuitätsbedingung ermitteln:

$$Q = v \cdot A \quad (4)$$

- Mit:
- Q Durchfluss in [m³/s],
 - v Fließgeschwindigkeit in [m/s],
 - A durchflossener Querschnitt in [m²].

2 Stationär ungleichförmige Strömung

Liegt keine gleichförmige Strömung mehr vor, d. h. das Sohl-, Spiegellinien- und Energieliniengefälle sind nicht mehr parallel zueinander (vgl. Abb. 1), so können obige Gleichungen zur Berechnung der Fließgeschwindigkeit nicht mehr herangezogen werden. Unterschiedliche Verfahren, wie z. B. das Δh - oder Δx -Verfahren können angewendet werden (siehe Vertiefung Umwelthydraulik 1 im 6.-8. Semester). Des Weiteren ermöglicht das Verfahren von Tolkmitt/Rühlmann eine

analytische Bestimmung der Wasserspiegellagen einer ungleichförmigen Gerinne-
strömung, welches im Folgenden vorgestellt wird.

Abb. 2 zeigt für die Unterscheidungen Rechteck- oder Parabelgerinne sowie Stau-
oder Senkungslinie die Berechnungsansätze. Im Falle einer Staulinie wird das
Wasser durch z. B. ein Wehr über den Normalwasserstand h_n hinaus aufgestaut
auf die jeweilige Höhe h_x an der jeweiligen Entfernung x zum Wehr. Für die
Berechnung der Entfernung (Stauweite) X , bis zu der ein Einfluss des Wehres
ermittelt werden kann, werden folgende Werte benötigt:

$$y_0 = \frac{h_0}{h_n} \quad (5)$$

Mit:

- y_0 Verhältniswert,
- h_0 Stauhöhe am Wehrkörper in [m],
- h_n Normalwasserstand in [m].

Das Verhältnis des Wasserstandes an einer bestimmten Stelle zum Normalwasser-
stand

$$y = \frac{h_x}{h_n} \quad (6)$$

wird bei der Stauweitenberechnung zu $y = 1,01$ gesetzt (bei der Senkungslinie ist
 $y = 0,995$). Dies bedeutet, dass der Wasserstand an einer bestimmten Stelle nur
noch 1 % über dem Normalwasserstand liegt und somit von einer Ausspiegelung
auf die Höhe des Normalwasserstandes ausgegangen werden kann. Somit wird
verhindert, dass die ermittelte Stauweite X unrealistisch hoch ausfällt.

Weiterhin sind zu berechnen:

$$h_{gr,Rechteck} = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g \cdot b^2}} \quad (7)$$

bzw.

$$h_{gr,Parabel} = \sqrt[4]{\frac{27 \cdot h_n \cdot Q^2}{8 \cdot g \cdot b^2}} \quad (8)$$

Mit:

- h_{gr} Grenzwassertiefe in [m],
- Q Durchfluss in [m³/s],
- g Erdbeschleunigung in [m^{1/3}/s],
- b Gerinnebreite in [m],
- h_n Normalwasserstand in [m].

Mit Hilfe der Grenzwassertiefe lassen sich anschließend benötigte Beiwerte ermitteln.

Für einen Rechteckquerschnitt

$$\mu = 1 - \left(\frac{h_{gr,Rechteck}}{h_n} \right)^3 \quad (9)$$

bzw. für einen Parabelquerschnitt

$$\mu = 1 - \left(\frac{h_{gr,Parabel}}{h_n} \right)^4 \quad (10)$$

Sollte der Durchfluss nicht bekannt sein, so wird $\mu = 1$ gesetzt.

Unter Verwendung folgender Gleichungen lassen sich zwei benötigte Funktionswerte für die abschließende Berechnung der Stauweite berechnen.

Für einen Rechteckquerschnitt

$$F(y) = \frac{1}{6} \cdot \ln \left(\frac{y^2+y+1}{(y-1)^2} \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \arctan \left(\frac{1+2 \cdot y}{\sqrt{3}} \right) \quad (11)$$

$$F(y_0) = \frac{1}{6} \cdot \ln \left(\frac{y_0^2+y_0+1}{(y_0-1)^2} \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \arctan \left(\frac{1+2 \cdot y_0}{\sqrt{3}} \right)$$

bzw. für einen Parabelquerschnitt

$$f(y) = \frac{1}{4} \cdot \ln \left(\frac{y+1}{|y-1|} \right) + \frac{1}{2} \cdot \arctan (y) \quad (12)$$

$$f(y_0) = \frac{1}{4} \cdot \ln \left(\frac{y_0+1}{|y_0-1|} \right) + \frac{1}{2} \cdot \arctan (y_0)$$

Der Taschenrechner sollte dabei auf Bogenmaß gestellt werden. Alternativ können die beiden Funktionswerte auch aus der in Abb. 2 aufgeführten Tabelle interpoliert werden.

Letztendlich lässt sich die Staulinie X berechnen zu:

$$X_{Rechteck} = \frac{h_n}{I} \cdot [y_0 - y + \mu \cdot (F(y) - F(y_0))] \quad (13)$$

bzw.

$$X_{Parabel} = \frac{h_n}{I} \cdot [y_0 - y + \mu \cdot (f(y) - f(y_0))] \quad (14)$$

Mit:

- X Stauweite in [m],
- h_n Normalwasserstand in [m],
- I Sohlgefälle in [-].

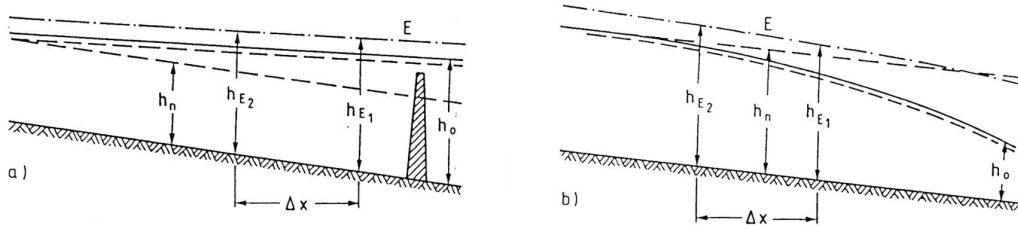
3 Zusammengefasste Vorgehensweise

Zusammenfassend wird die Vorgehensweise bei der Berechnung von Stau-/Senkungslinien nach Tolkmitt/Rühlmann stichpunktartig zusammengefasst.

1. Zusammentragen der gegebenen Randbedingungen (h_0, h_n, Q) ,
2. Berechnung des Verhältnisses y_0 ,
3. Berechnung der Grenzwassertiefe h_{gr} ,
4. Berechnung des Beiwertes μ ,
5. Interpolation bzw. Berechnung der Funktionswerte $F(y)$ und $F(y_0)$ bzw. $f(y)$ und $f(y_0)$,
6. Berechnung der Stauweite X .

Literatur

- [1] BÖSS, P. (1950) *Neue Berechnungsmethoden im praktischen Wasserbau*, Die Wasserwirtschaft, Sonderheft.
- [2] PREIBLER & BOLLRICH (1980) *Technische Hydromechanik*, Band 1, VEB Verlag für Bauwesen, Berlin.
- [3] PRESS, H. & SCHRÖDER, R. (1966) *Hydromechanik im Wasserbau*, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, München.



(x Stau- bzw. Senkungsweite; h_n Wassertiefe bei stationär-gleichförmiger Bewegung; $y_o = h_o/h_n$, mit h_o Wassertiefe im Anfangsprofil; $y = h_x/h_n$, mit h_x Wassertiefe im Abstand x vom Anfangsprofil.)

μ berücksichtigt die Geschwindigkeitshöhe; ist Q nicht bekannt, wird $\mu = 1$ gesetzt. Bei der Stauberechnung beträgt $y = 1,01$ (1 % Abweichung von h_n), bei der Bestimmung der Senkungsweite gilt $y = 0,995$.

Parabelquerschnitt (Tolkmitt)

$$\mu = 1 - (h_{gr}/h_n)^4$$

$$x = \frac{h_n}{I_{So}} [y_o - y + \mu(f(y) - f(y_o))] \text{ in m}$$

Rechteckquerschnitt (Rühlmann)

$$\mu = 1 - (h_{gr}/h_n)^3$$

$$x = \frac{h_n}{I_{So}} [y_o - y + \mu(F(y) - F(y_o))] \text{ in m}$$

y	F(y)	f(y)	y	F(y)	f(y)	y	F(y)	f(y)
10,0	0,9119	0,7857	1,44	1,1893	0,9101	1,09	1,6195	1,2005
9,0	0,9131	0,7859	1,43	1,1944	0,9132	1,08	1,6555	1,2264
8,0	0,9147	0,7861	1,42	1,1997	0,9164	1,07	1,6969	1,2563
7,0	0,9171	0,7864	1,41	1,2052	0,9198	1,06	1,7451	1,2913
6,0	0,9208	0,7869	1,40	1,2108	0,9232	1,05	1,8027	1,3333
5,0	0,9270	0,7881	1,39	1,2166	0,9268	1,045	1,8362	1,3578
4,5	0,9317	0,7891	1,38	1,2228	0,9305	1,04	1,8738	1,3855
4,0	0,9384	0,7906	1,37	1,2290	0,9344	1,037	1,8988	1,4039
3,5	0,9481	0,7932	1,36	1,2355	0,9385	1,036	1,9076	1,4103
3,0	0,9633	0,7978	1,35	1,2422	0,9427	1,035	1,9167	1,4170
2,9	0,9674	0,7991	1,34	1,2491	0,9471	1,030	1,9665	1,4537
2,8	0,9719	0,8007	1,33	1,2564	0,9517	1,025	2,0256	1,4975
2,7	0,9769	0,8025	1,32	1,2639	0,9565	1,020	2,0983	1,5514
2,6	0,9826	0,8045	1,31	1,2718	0,9615	1,015	2,1926	1,6215
2,5	0,9890	0,8070	1,30	1,2800	0,9668	1,010	2,3261	1,7210
2,4	0,9963	0,8098	1,29	1,2885	0,9723	0,995	2,552	1,889
2,3	1,0047	0,8132	1,28	1,2974	0,9781	0,99	2,319	1,714
2,2	1,0143	0,8173	1,27	1,3067	0,9842	0,98	2,085	1,536
2,1	1,0255	0,8222	1,26	1,3165	0,9906	0,97	1,946	1,431
2,0	1,0387	0,8282	1,25	1,3267	0,9973	0,96	1,847	1,355
1,95	1,0462	0,8317	1,24	1,3375	1,0045	0,95	1,769	1,296
1,90	1,0543	0,8357	1,23	1,3488	1,0121	0,94	1,705	1,246
1,85	1,0634	0,8401	1,22	1,3607	1,0200	0,93	1,650	1,204
1,80	1,0731	0,8450	1,21	1,3733	1,0285	0,92	1,602	1,166
1,75	1,0840	0,8506	1,20	1,3867	1,0375	0,91	1,559	1,133
1,70	1,0961	0,8570	1,19	1,4009	1,0471	0,90	1,521	1,103
1,65	1,1096	0,8643	1,18	1,4159	1,0574	0,85	1,367	0,980
1,60	1,1248	0,8727	1,17	1,4320	1,0685	0,80	1,253	0,887
1,55	1,1421	0,8824	1,16	1,4492	1,0803	0,75	1,159	0,808
1,50	1,1617	0,8938	1,15	1,4677	1,0932	0,70	1,078	0,739
1,49	1,1660	0,8963	1,14	1,4877	1,1071	0,65	1,006	0,676
1,48	1,1704	0,8988	1,13	1,5093	1,1223	0,60	0,939	0,617
1,47	1,1749	0,9015	1,12	1,5329	1,1389	0,50	0,819	0,506
1,46	1,1796	0,9043	1,11	1,5589	1,1571	0,40	0,789	0,402
1,45	1,1844	0,9072	1,10	1,5875	1,1776			

Abbildung 2: Stau-/Senkungslinie nach Tolkmitt/Rühlmann